부착형 압전소자의 전기역학적 신호를 이용한 보의 감쇠 추정

석사학위논문

# 부착형 압전소자의 전기역학적 신호를 이용한 보의 감쇠 추정

동아대학교 대학원

토 목 공 학 과

신 용 재

2016학년도

2016학년도 신 용 재

# 부착형 압전소자의 전기역학적 신호를 이용한 보의 감쇠 추정

지도교수 박 현 우

이 논문을 공학석사학위
청구논문으로 제출함

2016년 12월

동아대학교 대학원

토 목 공 학 과

신 용 재

# 신용재의 공학석사학위 청구논문을 인준함

2016년 12월

위 원 장 최광규 (인)

부위원장 박현우 (인)

위 원 강원호 (인)

## 국문초록

# 부착형 압전소자의 전기역학적 신호를 이용한 보의 감쇠 추정

Estimating the damping property of a beam through electro-mechanical signatures of surface-bonded piezoelectric transducers

토목공학과 신 용 재
지 도 교 수 박 현 우

이 논문에서는 부착형 압전소자의 전기역학적 신호를 이용하여 보의 감쇠 추정할 수 있는 기법을 제시한다. 공진이 발생하는 과정에서 보의 감쇠효과를 고려하여 압전소자의 전기역학적 신호를 파 전달 관점에서 정식화한다. 계측된 전기역학적 신호로부터 구한 감쇠비 함수와 정식화된 전기역학적 신호로부터 구한 감쇠비 함수의 차이를 최소화하는 최소자승법을 통해 감쇠비를 추정한다. 제시된 방법을 압전소자가 병치되어 있는 알루미늄 보의 수치예제 및 실험예제를 통해 타당성을 검증한다. 추정하고자 하는 주파수 대역을 확장하기 위해 다중 톤버스트 입력 가진 신호를 이용한 오버랩핑(Overlapping)기법을 제시하고, 실험예제를 통해 타당성을 검증한다.

주요어 : 압전소자 (PZT), 보, 전기역학적 신호, 감쇠추정, 구조물 건전성 감시, 오버랩핑(Overlapping)

# 목 차

Ⅰ. 서 론 ····· 1
Ⅱ. 보에 부착된 압전소자의 전기역학적 신호 정식화 ····· 3
2.1 굽힘파군 ····· 3
2.2 굽힘파군에 의해 유도된 전기역학적 신호 ····· 9
Ⅲ. 전기역학적 신호를 이용한 보의 감쇠 추정 ····· 13
3.1 보의 감쇠를 고려한 전기역학적 신호 정식화 ····· 13
3.2 보의 감쇠 추정 기법 ····· 16
Ⅳ. 수치 및 실험 예제 ····· 18
4.1 수치예제 ····· 18
4.2 실험예제 ····· 22
Ⅴ. 오버랩핑(Overlapping)기법 설명 및 실험 예제 ····· 26
5.1 오버랩핑 기법의 DAQ 개요 ····· 26
5.2 실험예제 ····· 30
Ⅵ. 결론 ····· 36
참 고 문 헌 ····· 37
부 록 ····· 40
Abstract ····· 42

# 표 목 차

표4.1 PZT와 보의 물성치 ····· 18

# 그 림 목 차

그림2.1 무한한 보에 병치된 PZT ····· 3
그림2.2 그림2.1의 동적 상호작용을 이상화한 모델 ····· 3
그림2.3 그림2.2를 다시 이상화한 모델 ····· 3
그림2.4 그림2.3의 좌표계와 자유도 ····· 3
그림2.5 병치된 PZT로 유도된 모멘트 더블릿을 나타내는 켄틸레버 보 ····· 6
그림2.6 양쪽 지지대에서 파 반사를 통한 굽힘파의 예 ····· 7
그림2.7 시간에 따라서 지점 X에 도달하는 입사파와 반사파의 경로 ····· 7
그림2.8 같은 극성방향으로 병치된 PZT ····· 9
그림4.1 양단이 자유단인 알루미늄 보 ····· 18
그림4.2a 76kHz 톤 버스트 입력 가진 신호 ····· 19
그림4.2b 그림4.2a의 파워스펙트럼을 dB스케일로 도시 ····· 19
그림4.3a 재료 감쇠가 0.1%일 때 시간영역에 대한 전기역학적 신호 ····· 20
그림4.3b 그림4.3a의 70-77kHz 주파수 대역에서의 템포랄 스펙트럼 ····· 20
그림4.3c 134차 모드인 74.6kHz 인근의 템포랄 스펙트럼 ····· 20
그림4.3d 계산된 감쇠비 함수와 측정 감쇠비 함수 비교 ····· 20
그림4.4a 0.05,0.1,0.3%에서 계산된 감쇠비 함수와 측정 감쇠비 함수 비교 · 21
그림4.4b 그림4.4a의 감쇠비 함수와 감쇠비의 평균값 비교 ····· 21
그림4.5 수치예제와 동일한 알루미늄 보 시편 ····· 22
그림4.6 자가 탐지 회로 ····· 22
그림4.7 임의신호 생성기와 고속 디지타이저를 겸비한 계측장비 ····· 22
그림4.8a 자가 탐지 회로를 이용한 시간영역에 대한 전기역학적 신호 ····· 24
그림4.8b 그림4.8a의 70-77kHz 주파수 대역에서의 템포랄 스펙트럼 ····· 24
그림4.8c 136차 모드인 75.24kHz 인근의 템포랄 스펙트럼 ····· 24
그림4.8d 계산된 감쇠비 함수와 측정 감쇠비 함수 비교 ····· 24
그림4.9a 그림4.8d의 감쇠비 함수와 감쇠비의 평균값 비교 ····· 25
그림4.9b 탐지포락곡선과 전기역학적 신호의 파워스펙트럼 비교 ····· 25

그림5.1a 단일 톤버스트 입력 가진 신호들을 중첩 ····· 26
그림5.1b 그림5.1a의 파워스펙트럼을 dB스케일로 표현 ····· 27
그림5.2a 톤버스트 입력 가진 신호들을 이용한 전기역학적 신호 중첩 ····· 28
그림5.2b 지정한 주파수 범위에서의 중첩된 모습 ····· 28
그림5.2c 중첩된 부분을 평균값 적용 후 하나의 전기역학적 신호로 표현 · 28
그림5.3a 58kHz 톤버스트신호를 사용한 시간영역의 전기역학적 신호 ····· 30
그림5.3b 75kHz 톤버스트신호를 사용한 시간영역의 전기역학적 신호 ····· 30
그림5.3c 98kHz 톤버스트신호를 사용한 시간영역의 전기역학적 신호 ····· 31
그림5.4a 그림5.3a에 대한 템포랄 스펙트럼 ····· 31
그림5.4b 그림5.3b에 대한 템포랄 스펙트럼 ····· 31
그림5.4c 그림5.3c에 대한 템포랄 스펙트럼 ····· 32
그림5.5a 118차 모드인 58.74kHz 인근의 템포랄 스펙트럼 ····· 32
그림5.5b 135차 모드인 74.9kHz 인근의 템포랄 스펙트럼 ····· 33
그림5.5c 160차 모드인 99.68kHz 인근의 템포랄 스펙트럼 ····· 33
그림5.6a 그림5.4a에 대한 계산된 감쇠비 함수와 측정 감쇠비 함수 비교 ·· 32
그림5.6b 그림5.4b에 대한 계산된 감쇠비 함수와 측정 감쇠비 함수 비교 ·· 33
그림5.6c 그림5.4c에 대한 계산된 감쇠비 함수와 측정 감쇠비 함수 비교 ·· 33
그림5.7a 그림5.3(a,b,c)를 사용하여 출력된 전기역학적 신호 중첩 ····· 34
그림5.7b 그림5.7a를 오버랩핑한 모습과 피크점 표시 ····· 34
그림5.8 그림5.7b를 템포랄 스펙트럼 방법으로 구한 감쇠비 함수 ····· 34
그림5.9 그림5.8과 Half-band-width method을 사용한 감쇠비 함수 비교 ·· 35

# Ⅰ. 서 론

지난 20년간 압전소자를 이용한 보의 건전성감시 기법에 대한 연구가 지속적으로 진행되어 왔다 (Park et al. 2003; Raghavan and Cesnik, 2007). 압전소자는 전압을 가하면 변형을 일으키고 변형을 가하면 전류가 발생하는 속성을 동시에 가지고 있기 때문에 하나의 소자로 구조물의 동적 응답에 대한 가진 및 탐지가 가능하다. 압전소자는 구조물에 쉽게 부착가능하며 크기가 작고 가볍기 때문에 보의 동특성에 영향을 미치지 않고 건전성 감시에 활용할 수 있다. 초기 손상에 민감하다고 알려진 고주파수 대역에서 보의 응답에 대한 가진과 탐지가 용이하다.

압전소자를 이용한 보의 건전성 감시에서 널리 사용되는 방법은 크게 탄성 유도파 기법(Raghavan and Cesnik, 2007)과 임피던스 기법(Park et al. 2003)으로 나눌 수 있다. 탄성 유도파 기법은 보를 따라서 전달되는 탄성 유도파를 압전소자를 이용해서 가진하고 탐지하는 기법이다. 탄성 유도파는 먼거리까지 전달되고 미세한 손상에 민감하다고 알려져 있어서 보에 발생한 미세균열을 진단하는데 널리 사용되어 왔다 (Alleyne and Cawley 1992). 임피던스 기법은 수십 kHz의 고주파수 대역 진동특성을 압전소자의 전기역학적 임피던스 신호로 수집하여 보의 손상유무를 판단하는 기법이다. 탄성 유도파 기법에 비해 임피던스 기법은 보의 지점 조건의 영향을 받지 않으면서 압전소자 주변의 미세 손상을 탐지할 수 있다고 알려져 있다 (Park et al. 2003).

이론적으로 탄성 유도파 기법에서 사용하는 고주파수 대역의 탄성 유도파는 극히 짧은 시간 동안 전달파의 천이 응답이므로 보의 감쇠 효과를 무시할 수 있다 (Rose 1999). 반면 임피던스 기법에서 사용하는 고주파수 대역의 전기역학적 신호는 보의 진동특성이 직접 반영된다. 따라서 보의 감쇠가 전기역학적 신호에 미치는 영향을 정확하게 정량화하고 압전소자가 담당할 수 있는 탐지범위를 예측 하기 위해서 보의 감쇠 추정은 매우 중요한 이슈이다 (Annamdas and Soh 2010). 구조 진동론에 기반을 두고 있는 기존 연구들은 보의 1차 모드와 같은 저주파수 대역에서 변위계 또는 가속도계로 수집된 동적 변위 응답 또는 가속도 응답을 사용하여 감쇠를 추정한다 (Chopra 1995). 그러나 임피던스 기법에서 사용하는 고주파수 대역에서의 전기역학적 신호를 이용하여 보의 감쇠를 추정한 연구는 극히 드문 실정이

다 (Lim and Soh 2014).

이 연구에서는 임피던스 기법에 사용되는 압전소자의 탐지범위를 결정하는 고주파수대역 보의 감쇠를 전기역학적 신호를 통해 추정할 수 있는 기법을 제시한다. 압전소자의 전기역학적 신호를 파전달 관점에서 유도된 고주파수 대역 보의 해석해를 통해 정식화한다 (Park 2016).

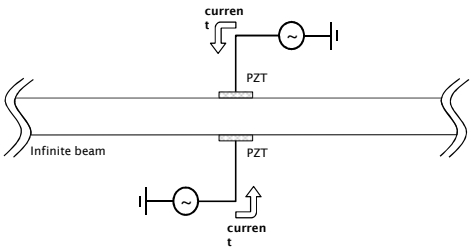
보의 감쇠가 전기역학적 신호에 미치는 영향을 정식화하고 감쇠비 함수를 정의한다. 실제 계측된 전기역학적 신호로부터 구한 측정 감쇠비 함수값과 정식화된 전기역학적 신호로부터 계산된 감쇠비 함수값을 최소화 시키는 최소자승법을 통해 보의 감쇠비를 추정한다. 제안된 방법의 타당성을 압전소자가 병치된 알루미늄 보의 수치예제와 개념검증 실험예제를 통해 보인다.

단일 톤버스트 입력 가진 신호를 이용한 감쇠 추정은 주파수 대역이 좁은 영역에 국한되기 때문에, 추정하고자 하는 주파수 대역을 확장하기 위해 다중 톤버스트 입력 가진 신호를 이용한 오버랩핑(Overlapping)기법을 제시하였다. Half-band-width method와 제시한 기법의 타당성을 실험예제를 통해 보인다.

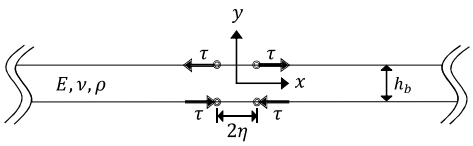
# Ⅱ. 보에 부착된 압전소자의 전기역학적 신호 정식화

## 2.1 굽힘파군

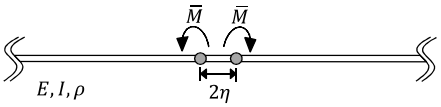
그림 (2.1)은 무한한 길이의 보의 한 지점에서 윗면과 아랫면에 동일한 제원의 압전소자가 배치되어 있다. 이후부터 설명의 간략화를 위해 압전소자의 재료로 사용되는 대표적인 소재인 Lead zirconate titanate의 약자인 PZT로 압전소자를 칭하기로 한다. 그림 (2.2)는 그림 (2.1)의 보와 PZT의 동적 상호작용을 이상화시킨 모델이다. 이 모델은 PZT의 크기와 두께가 보에 비해 매우 작고 PZT가 보에 완전 부착되어 있으며 PZT가 전단변형을 일으키는 d31 타입이라는 가정 하에서 유효한 것으로 알려져 있다 (Crawley and De Luis 1987). PZT의 극성을 이용하여 배치된 압전소자에 적절한 전압을 가하게 되면 보에 굽힘변형만 일으킬 수 있다. 그림 (2.2)를 다시 이상화하면 그림 (2.3)과 같이 모멘트 더블릿 (moment doublet) 을 받는 오일러-베르누이 보로 이상화할 수 있다. 그림 (2.4)는 그림 (2.3)에 대한 좌표계와 자유도를 나타냈다.



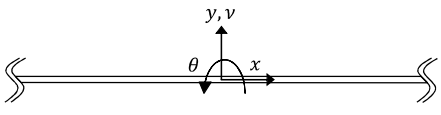

<그림2.1>무한한 보에 병치된 PZT




<그림2.2> 그림2.1의 동적 상호작용을 이상화한 모델




<그림2.3>그림2.2를 이상화한 모델




<그림2.4>그림2.3의 좌표계와 자유도

미세 손상에 민감하게 반응하는 고주파수 대역에서 보가 가진되는 경우에 파 전달의 분산성을 정확하게 나타내기 위해 보의 회전 관성과 전단 변형을 고려할 수 있는 티모센코 보 이론을 사용한다. PZT에 의해 유도된 그림 (2.3)의 모멘트 더블릿이 보에 발생시키는 수직 변위는 다음의 지배방정식으로부터 구할 수 있다(Fung 1965).

$$\frac{\partial^4 v}{\partial x^4} - \left(\frac{1}{c_0^2} + \frac{1}{c_Q^2}\right)\frac{\partial^4 v}{\partial t^2 \partial x^2} + \frac{1}{c_0^2 c_Q^2}\frac{\partial^4 v}{\partial t^4} + \frac{1}{c_0^2 R^2}\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\bar{M}}{EI}\left\{\delta'(x-\eta) - \delta'(x+\eta)\right\} \quad (2.1)$$

$$c_0^2 = \frac{E}{\rho}, c_Q^2 = \frac{kG}{\rho}, R^2 = \frac{I}{A}$$

여기서 $t$, $v$, $E$, $I$, $\rho$, $\kappa$, $G$는 각각 시간, 보의 수직변위, 탄성계수, 단면 2차 모멘트, 밀도, 전단지수, 전단계수 그리고 단면적을 나타내며 $\delta(\cdot)$은 디락-델타 함수를 나타낸다.

식 (2.1)에 대한 해석해는 이중 푸리에 변환을 통해 주파수와 파수(wave number)에서 수직 변위에 대한 해를 유도하여 파수에 대한 역 푸리에 변환을 통해 주파수 영역에서 실제 공간에 대한 해를 구하게 된다(Graff 1991). 이 때 파수에 대한 역 푸리에 변환을 수행하는 과정에서 복소공간에서의 적분 이론인 코시의 유수 정리(residue theorem)를 사용하여 식(2.1)의 해를 주파수 영역에서 다음과 같이 구할 수 있다 (Park 2016).

$$\begin{aligned}\hat{v} = \; & \frac{\hat{M}}{2EI\left(\bar{k}_1^2 + \bar{k}_2^2\right)}[H(-(x+\eta))\{e^{\bar{k}_2(x+\eta)} - e^{i\bar{k}_1(x+\eta)}\} - H(x+\eta)\{e^{-\bar{k}_2(x+\eta)} - e^{-i\bar{k}_1(x+\eta)}\} \\ & - H(-(x-\eta))\{[e^{\bar{k}_2(x-\eta)} - e^{i\bar{k}_1(x-\eta)}]\} + H(x-\eta)\{e^{-\bar{k}_2(x-\eta)} - e^{-i\bar{k}_1(x-\eta)}\}]\end{aligned} \quad (2.2)$$

여기서 $\hat{v}$, $\hat{M}$, $H(x)$는 각각 주파수 영역에서 보의 수직 변위, 모멘트 더블릿, 헤비사이드 계단함수(Heaviside step function)를 나타낸다. $\bar{k}_1$, $\bar{k}_2$는 티모센코 보의 분산성(dispersion)을 나타내는 특성방정식에서 계산되는 파수로서 다음과 같다(Fung 1965).

$$\bar{k}_1 = \sqrt{\frac{B+\sqrt{B^2-4C}}{2}}, \qquad \bar{k}_2 = \sqrt{\frac{-B+\sqrt{B^2-4C}}{2}} \tag{2.3}$$

$$B = \omega^2\left(\frac{1}{c_0^2}+\frac{1}{c_Q^2}\right), C = \left(\frac{\omega^4}{c_0^2 c_Q^2}-\frac{\omega^2}{c_0^2 R^2}\right)$$

파 전달 이론에 의하면 식(2.2)는 보를 따라서 전달되는 전달파 성분과 발생함과 즉시 인근에서 소멸되는 소멸파 성분으로 나눌 수 있다. $\bar{k}_1$이 포함된 항은 전달파의 성분을 나타내고 $\bar{k}_2$가 포함된 항은 소멸파의 성분을 나타낸다. 고주파수 대역은 파의 중첩에 의해 공진이 발생하는 과정에서 소멸파 성분의 값들은 무시할 수 있으므로 $|x| \geqq \eta$ 인 경우에 식(2.2)를 전달파 모드에 대한 성분으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{v}_{\mathrm{pr}} = -\frac{\widehat{M}}{2EI\left(\bar{k}_1^2+\bar{k}_2^2\right)}\left\{e^{-i\bar{k}_1|x-\eta|}-e^{-i\bar{k}_1|x+\eta|}\right\}\mathrm{sgn}(x) \tag{2.4}$$

여기서 sgn(・)는 부호함수(sign function)를 나타낸다. 티모센코 보에서의 처짐각과 처짐은 다음 관계를 만족시킨다.

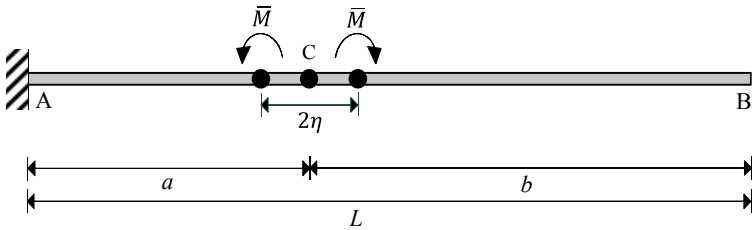
$$\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}-\frac{\partial\theta}{\partial x}\right) = \frac{1}{c_Q^2}\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \tag{2.5}$$

식(2.1)에 대한 해석적인 해를 구하는 방법과 마찬가지로 이중 푸리에 변환을 하여 주파수와 파수에서의 처짐각에 대한 해를 유도한다. 다음 파수에 대한 역 푸리에 변환을 통해 주파수 영역에서 해를 구할 수 있다. 처짐각에 대한 해도 고주파수 영역에서는 전달파 성분만을 고려하고 $|x| \geqq \eta$ 인 경우에 다음과 같이 나타낼 수 있다.

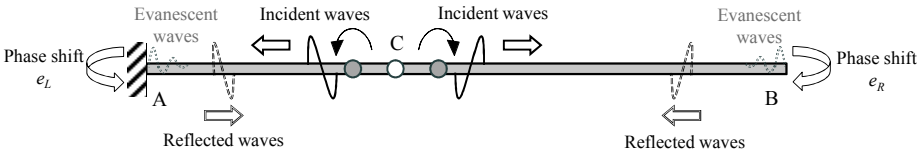
$$\hat{\theta}_{\mathrm{pr}} = -\frac{i\widehat{M}}{2EI}\frac{\bar{k}_Q^2 - \bar{k}_1^2}{\bar{k}_1\left(\bar{k}_1^2 + \bar{k}_2^2\right)}\left\{\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\bar{k}_1|x-\eta|} - e^{-i\bar{k}_1|x+\eta|}\right\} \tag{2.6}$$

여기서 $\overline{k_Q^2} = \frac{\omega^2}{c_Q^2}$이다.

PZT에 의해 발생한 모멘트 더블릿이 무한한 길이의 보에 발생시키는 전달파 성분을 식(2.4)에 나타낸다. 그림 (2.6)와 같이 유한한 길이를 가지는 보의 양단 지점에서 발생하는 파 반사에 의해 전달파가 중첩되어 정상파 모드를 형성할 때 보의 진동현상이 발생한다. 설명의 편의를 위해 그림 (2.5)과 같이 A는 고정단, B는 자유단인 캔틸레버 보의 예를 들면, 그림 (2.6)에서 보의 C의 위아래에 부착된 PZT에 의해서 입사파가 발생하게 되면 보를 따라 A와 B를 향해 파가 전달된다. 고정단 A와 자유단 C에 각각 입사파가 도달하게 되면 지점에서의 변위 및 힘의 경계조건을 만족시키기 위해 파 반사가 발생한다. 전달파의 경우에는 파의 진폭은 그대로 유지되는 전반사가 일어나고 입사파의 위상이 달라진다(Graff 1991). 또한 모드변환이 발생하면서 양단 지점에서 소멸파 모드가 발생하게 되는데 고주파 모드에서는 발생한 지점 부근에서 급격하게 소멸하기 때문에 무시할 수 있다.

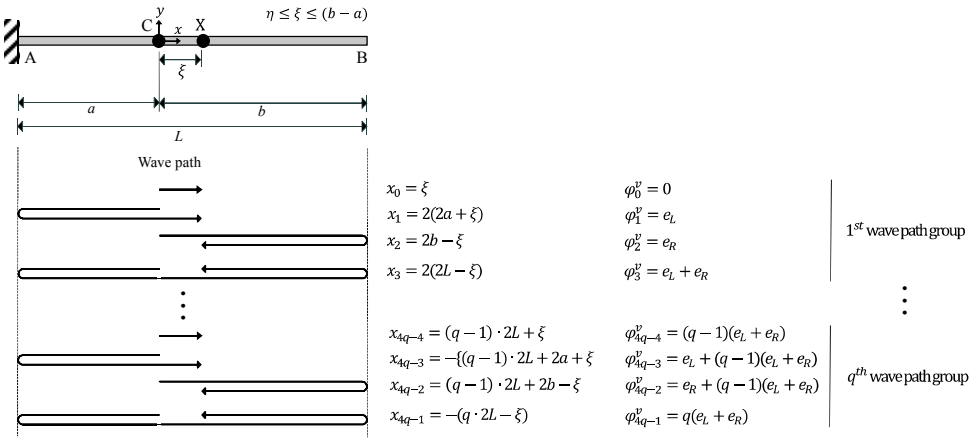



<그림 2.5> 병치된 PZT로 유도된 모멘트 더블릿을 나타내는 켄틀레버 보




<그림 2.6> 양쪽 지지대에서 파 반사를 통한 굽힘파의 예

시간이 지남에 따라 보 내부에는 PZT에 의해 유도된 입사파와 보의 양쪽 지점에서 발생되는 반사파가 지속적으로 중첩된다. 그림 (2.7)은 시간에 따라 보의 임의의 지점 X에 도달하는 입사파와 반사파의 경로를 순차적으로 나타내었다. $x_p$는 X 에 p번째로 도달하는 전달파가 진행한 경로의 거리를 나타낸다. $e_L$과 $e_R$은 각각 A와 B 지점의 파 반사에서 발생하는 위상변화이고, $\varphi_p^v$는 X에 p번째 도달하는 전달파가 파 반사를 거치면서 갖는 총 위상변화이다.




<그림 2.7> 시간에 따라서 지점 X에 도달하는 입사파와 반사파의 경로

그림 (2.7)에서 알 수 있듯이 $x_p$와 $\varphi_p^v$가 4개의 파 경로 묶음 (4q-4, 4q-3, 4q-2, 4q-1) 마다 각각 2L과 $e_L + e_R$만큼 주기성을 갖게 된다. 이러한 파 경로 거리와 위상변화의 주기성을 갖는 파 경로의 묶음을 q번째 파경로군 (wave path group)으로 부르기로 한다. 그리고 q번째 파경로군에 대응되는

파 경로를 따라서 X에 전달된 굽힘파(flexural wave)의 합을 q번째 굽힘파군(flexural wave group)라고 명명한다 (Park 2014). q번째 굽힘파군에 대응되는 수직 변위는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\widehat{\psi}_q^v = \sum_{m=1}^{4} \hat{v}_{4q-m} \approx \sum_{m=1}^{4} \hat{v}_{pr}\left(x_{4q-m}\right) e^{i\varphi_{4q-m}^v} \tag{2.7}$$

여기서 고주파 영역에서는 소멸파 모드를 무시할 수 있기 때문에 식(2.4)의 전달파 모드만을 이용해서 굽힘파군의 수직변위를 근사할 수 있다.

식(2.4)를 식(2.7)에 대입하여 식을 정리하면 굽힘파군의 수직변위를 다음과 같이 나타낼 수 있다 (Park 2016).

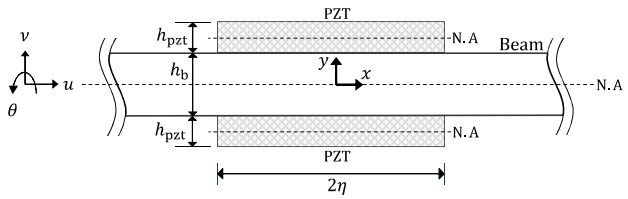
$$\widehat{\psi}_q^v = -\frac{4i\widehat{M}}{EI\left(\bar{k}_1^2 + \bar{k}_2^2\right)} \sin\left(\bar{k}_1\eta\right) \cos\left(\bar{k}_1(b-\xi) - \frac{e_R}{2}\right) \cos\left(\bar{k}_1 a - \frac{e_L}{2}\right) e^{-i\left\{(2q-1)\bar{k}_1 L - \left(q-\frac{1}{2}\right)(e_L+e_R)\right\}} \tag{2.8}$$

식(2.7)에서 식(2.8)을 유도하는 과정과 똑같은 방법으로 굽힘파군의 처짐각을 유도하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\widehat{\psi}_q^\theta = \frac{4i\widehat{M}}{EI} \frac{\bar{k}_Q^2 - \bar{k}_1^2}{\bar{k}_1(\bar{k}_1^2 + \bar{k}_2^2)} \sin\left(\bar{k}_1\eta\right) \cos\left(\bar{k}_1(b-\xi) - \frac{e_R}{2}\right) \cos\left(\bar{k}_1 a - \frac{e_L}{2}\right) e^{-i\left\{(2q-1)\bar{k}_1 L - \left(q-\frac{1}{2}\right)(e_L+e_R)\right\}} \tag{2.9}$$

## 2.2 굽힘파군에 의해 유도된 전기역학적 신호

보에 부착된 PZT에 유도되는 전기역학적 신호는 굽힘파군의 수직 처짐과 처짐각으로 표현할 수 있다. 2.1절에서 기술한 PZT의 1차원 선형 압전성(Ikeda 1990)이 성립하고 그림 (2.8)과 같이 보의 윗면과 아랫면에 각각 같은 극성방향으로 PZT가 배치되었을 때 굽힘파군에 의해 각각의 PZT는 전기역학적 신호가 동일하게 유도된다.




<그림 2.8> 같은 극성방향으로 병치된 PZT

굽힘파군에 의해서 PZT에 유도된 전기역학적 신호 중 하나인 전기역학적 전하량은 다음과 같이 표현된다(Park 2014).

$$\widehat{\psi}_q^Q = -\frac{h_{31} b_{\mathrm{pzt}}}{B_{33}^S}\left\{\widehat{\psi}_q^{u_{\mathrm{pzt}}}\Big|_{\xi=\eta} - \widehat{\psi}_q^{u_{\mathrm{pzt}}}\Big|_{\xi=-\eta}\right\} \tag{2.10}$$

여기서 $h_{31}$,$b_{pzt}$ 그리고 $B_{33}^S$는 각각 PZT의 압전상수, 폭, 그리고 유전상수를 나타낸다. 식(2.10)에서 $\hat{\psi}_q^{u_{pzt}}$는 각각 q번째 굽힘파군에 의해 발생하는 PZT의 중립축 축방향 변위를 나타내고 보와 PZT 부착면의 변위적합조건으로부터 PZT의 우측 끝단($\xi=\eta$)과 좌측 끝단($\xi=-\eta$)에서 다음과 같이 나타낼 수 있다 (Park et al 2010).

$$\widehat{\psi}_q^{u_{\mathrm{pzt}}}\Big|_{\xi=\eta} = -\frac{h_{\mathrm{b}}}{2}\widehat{\psi}_q^{\theta}\Big|_{\xi=\eta} - \frac{h_{\mathrm{pzt}}}{2}\frac{d\widehat{\psi}_q^{v}}{d\xi}\Big|_{\xi=\eta} \tag{2.11a}$$

$$\widehat{\psi}_q^{u_{\mathrm{pzt}}}\Big|_{\xi=-\eta} = -\frac{h_{\mathrm{b}}}{2}\widehat{\psi}_q^{\theta}\Big|_{\xi=-\eta} - \frac{h_{\mathrm{pzt}}}{2}\frac{d\widehat{\psi}_q^{v}}{d\xi}\Big|_{\xi=-\eta} \tag{2.11b}$$

식(2.11a)에는 식(2.8)의 미분결과와 식(2.9)를 대입하고 그 결과식을 다시 식(2.10)에 대입한다. 식(2.11b)의 경우는 $\xi = -\eta$일 때 그림 (2.7)의 굽힘파군의 파전달 경로 순서에 변화가 발생한다. 이를 반영하여 수정한 식(2.12a)의 미분결과와 식(2.12b)를 식(2.11b)에 대입하고 그 결과식을 식(2.10)에 대입한다.

$$\widehat{\psi}_q^{v}\Big|_{\xi=-\eta} = -\frac{4\mathrm{i}\widehat{M}}{EI}\frac{1}{\left(\bar{k}_1^2+\bar{k}_2^2\right)}\sin\left(\bar{k}_1\eta\right)\cos\left(\bar{k}_1 b-\frac{e_R}{2}\right)\cos\left(\bar{k}_1(a-\eta)-\frac{e_L}{2}\right)e^{-i(2q-1)\bar{k}_1 L-\left(q-\frac{1}{2}\right)(e_L+e_R)} \tag{2.12a}$$

$$\widehat{\psi}_q^{\theta}\Big|_{\xi=-\eta} = -\frac{4\mathrm{i}\widehat{M}}{EI}\frac{\bar{k}_Q^2-\bar{k}_1^2}{\bar{k}_1\left(\bar{k}_1^2+\bar{k}_2^2\right)}\sin\left(\bar{k}_1\eta\right)\cos\left(\bar{k}_1 b-\frac{e_R}{2}\right)\sin\left(\bar{k}_1(a-\eta)-\frac{e_L}{2}\right)e^{-i(2q-1)\bar{k}_1 L-\left(q-\frac{1}{2}\right)(e_L+e_R)} \tag{2.12b}$$

이 과정을 통해 식(2.10)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}\widehat{\psi}_q^{Q} = -\frac{2\mathrm{i}h_{31}}{B_{33}^{s}}\left(\frac{\widehat{M}b_{pzt}}{EI}\right)\frac{\bar{h}\bar{k}_1^2-h_b\bar{k}_Q^2}{\bar{k}_1\left(\bar{k}_1^2+\bar{k}_2^2\right)}\sin\left(\bar{k}_1\eta\right)\{&\cos\left(\bar{k}_1\eta\right)\sin\left(\bar{k}_1 L-\frac{e_L+e_R}{2}\right)\\ &-2\sin\left(\bar{k}_1\eta\right)\cos\left(\bar{k}_1 a-\frac{e_L}{2}\right)\cos\left(\bar{k}_1 b-\frac{e_R}{2}\right)\}e^{-i\left\{(2q-1)\bar{k}_1 L-\left(q-\frac{1}{2}\right)(e_L+e_R)\right\}}\end{aligned} \tag{2.13}$$

식(2.13)을 이용하면 굽힘파의 중첩이 발생함에 따라 전기역학적 신호가 어떻게 점진적으로 주파수 응답함수로 진화되는지 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\widehat{\Psi}_n^{Q} = \sum_{q=1}^{n}\widehat{\psi}_q^{Q} \tag{2.14}$$

특히, 식(2.13)을 보면 전기역학적 신호의 크기는 그림 (2.7)의 q와 무관하고 전기역학적신호의 위상이 q에 따라 달라짐을 알 수 있다. 따라서 시간이 지남에 따라서 q가 증가할 때 보에 전달되는 굽힘파군이 보의 공진을 일으키는 정상파 조건을 이루기 위해서 q번째 굽힘파군과 q-1번째의 굽힘파군의 위상이 아래와 같이 $2\pi$의 정수배가 되어야 함을 유추할 수 있다.

$$\begin{aligned}&\left\{\bar{k}_1(2n-1)L-\left(q-\frac{1}{2}\right)(e_L+e_R)\right\}-\left\{\bar{k}_1(2n-3)L-\left(q-\frac{3}{2}\right)(e_L+e_R)\right\}\\&=2\bar{k}_1L-(e_L+e_R)=2c\pi\\&\Leftrightarrow \bar{k}_c=\frac{\tilde{c}\pi}{L}\end{aligned} \tag{2.15}$$

여기서 $\tilde{c}=c+\frac{e_L+e_R}{2\pi}$이고 c는 임의의 양의 정수이다. 식(2.15)를 만족시키는 $\bar{k}_c$는 보의 c번째 공진모드에 대응되는 파수가 된다. $e_L$과 $e_R$은 $\bar{k}_c$에 대한 함수로서 보의 지점 조건에 따라서 각각 달리 표현 된다 (Mei and Mace 2005). 뉴턴-랩슨법을 통해 식(2.15)를 $\bar{k}_c$에 대해 풀면 $e_L$과 $e_R$를 계산할 수 있다.

식(2.15)를 식(2.13)에 대입하면 c번째 공진모드에서 q번째 굽힘파군에 의해 유도되는 전기역학적 전하량이 다음과 같이 계산된다.

$$\widehat{\psi}_q^Q\Big|_{\bar{k}=\bar{k}_c}=(-1)^c\frac{4ih_{31}}{B_{33}^S}\left(\frac{\widehat{M}b_{\mathrm{pzt}}}{EI}\right)\frac{\bar{h}\bar{k}_c^2-h_{\mathrm{b}}\bar{k}_Q^2}{\bar{k}_c(\bar{k}_c^2+\bar{k}_{c2}^2)}\cos\left(\frac{\tilde{c}\pi a}{L}-\frac{e_L}{2}\right)\cos\left(\frac{\tilde{c}\pi b}{2}-\frac{e_R}{2}\right)\sin^2\left(\frac{\tilde{c}\pi\eta}{L}\right) \tag{2.16}$$

여기서 $\bar{h}=h_b+h_{pzt}$이고 $\bar{k}_{c2}$는 $\bar{k}_c$에 대응되는 $\bar{k}_2$를 나타낸다.

식(2.14)와 마찬가지로 시간이 지남에 따라서 보에 중첩되는 굽힘파군이 c번째 공진모드를 생성하는 과정에서 전기역학적 신호값은 아래와 같이 표현

할 수 있다.

$$\widehat{\Psi}_n^Q\Big|_{\bar{k}=\bar{k}_c} = \sum_{q=1}^{n} \widehat{\psi}_q^Q\Big|_{\bar{k}=\bar{k}_c} = (-1)^c n \frac{4ih_{31}}{B_{33}^S}\left(\frac{\widehat{M}b_{\mathrm{pzt}}}{EI}\right)\frac{\bar{h}\bar{k}_c^2 - h_b\bar{k}_Q^2}{\bar{k}_c\left(\bar{k}_c^2 + \bar{k}_{c2}^2\right)}\cos\left(\frac{\tilde{c}\pi a}{L} - \frac{e_L}{2}\right)\cos\left(\frac{\tilde{c}\pi b}{L} - \frac{e_R}{2}\right)\sin^2\left(\frac{\tilde{c}\pi\eta}{L}\right) \tag{2.17}$$

식(2.17)은 보의 감쇠가 고려되지 않는 경우 공진모드가 생성되는 과정에서의 전기역학적 신호값으로서, 굽힘파군의 개수가 증가함에 따라 선형적으로 증가함을 알 수 있다. 보의 감쇠를 고려할 때 전달파 경로의 거리가 증가함에 따라 굽힘파군이 감쇠를 일으키므로 식(2.13)의 전기역학적 전하량의 크기도 q가 증가함에 따라 감소하게 된다.

# Ⅲ. 전기역학적 신호를 이용한 보의 감쇠추정

## 3.1 보의 감쇠를 고려한 전기역학적 신호 정식화

보의 감쇠가 PZT의 전기역학적 신호에 미치는 영향을 정량화하기 위해 보의 탄성계수의 허수부에 재료 감쇠를 대입한다.

$$\tilde{E} = (1 + i\zeta)E \tag{3.1}$$

여기서 $\tilde{E}$는 재료감쇠비 $\zeta$가 포함된 복소 탄성계수이다.

식(3.1)을 식(2.3)에 대응하는 티모센코 보의 분산 특성방정식에 대입하면 아래와 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\tilde{k}^4 - \omega_c^2\left(\frac{1}{\tilde{c}_0^2} + \frac{1}{\tilde{c}_Q^2}\right)\tilde{k}^2 + \left(\frac{\omega^4}{\tilde{c}_0^2\tilde{c}_Q^2} - \frac{\omega^2}{\tilde{c}_0^2 R^2}\right) = 0 \tag{3.2a}$$

여기서 $\tilde{c}_o^2$와 $\tilde{c}_Q^2$는 식(3.1)과 같은 방식으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tilde{c}_0^2 = \frac{\tilde{E}}{\rho} = \frac{(1 + i\zeta)E}{\rho} = (1 + i\zeta)c_0^2 \tag{3.2b}$$

$$\tilde{c}_Q^2 = \frac{\kappa\tilde{G}}{\rho} = \frac{\kappa(1 + i\zeta)G}{\rho} = (1 + i\zeta)c_Q^2 \tag{3.2c}$$

식(3.2a)를 만족시키는 파수 $\tilde{k}$도 복소수 형태를 가지기 때문에 다음과 같이 표시할 수 있다 (Fahy and Gardonio 2007).

$$\tilde{k} = (1 + i\chi)k \tag{3.3}$$

식(3.2b)와(3.2c) 그리고 식(3.3)을 식(3.2a)에 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$(1 + \mathrm{i}\zeta)^2(1 + i\chi)^4 k^4 - (1 + i\zeta)(1 + i\chi)^2\omega_c^2\left(\frac{1}{c_0^2} + \frac{1}{c_Q^2}\right)k^2 + \left\{\frac{\omega^4}{c_0^2 c_Q^2} - \frac{(1 + i\zeta)\omega^2}{c_0^2 R^2}\right\} = 0 \tag{3.4}$$

여기서 $\zeta$와 $\chi$가 매우 작은 값이라고 가정하면, 이들에 대한 고차항을 무시할 수 있으므로 식(3.4)은 다음과 같이 실수부와 허수부로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} &k^4 - \omega_c^2\left(\frac{1}{c_0^2} + \frac{1}{c_Q^2}\right)k^2 + \left(\frac{\omega^4}{c_0^2 c_Q^2} - \frac{\omega^2}{c_0^2 R^2}\right) \\ &+\mathrm{i}\left[\chi\left\{4k^4 - 2\omega_c^2\left(\frac{1}{c_0^2} + \frac{1}{c_Q^2}\right)k^2\right\} + \zeta\left\{2k^4 - \omega_c^2\left(\frac{1}{c_0^2} + \frac{1}{c_Q^2}\right)k^2 - \frac{\omega^2}{c_0^2 R^2}\right\}\right] = 0 \end{aligned} \tag{3.5}$$

식(3.5)가 만족되기 위해서는 실수부와 허수부가 모두 0이 되어야 한다. 실수부의 경우 감쇠가 없는 경우에 티모센코 보의 분산 특성방정식으로서 식(2.3)을 해로 갖게 되고 허수부가 0이 되기 위해서는 아래식이 만족되어야 한다.

$$\chi = \zeta\frac{2\bar{k}_1^4 c_0^2 c_Q^2 - \omega_c^2\left(c_0^2 + c_Q^2\right)\bar{k}_1^2 - \dfrac{\omega^2 c_Q^2}{R^2}}{2\omega_c^2\left(c_0^2 + c_Q^2\right)\bar{k}_1^2 - 4\bar{k}_1^4 c_0^2 c_Q^2} \tag{3.6}$$

여기서 전달파 성분에 대응하는 식(2.3)의 $\bar{k}_1$만 고려하기 때문에 식(3.6)은 $\bar{k}_1$에 대해서 나타냈다.

식(3.6)을 식(3.3)에 대입하여 보의 감쇠가 고려될 때의 복소 파수를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tilde{k}_1 = (1 + i\chi)\bar{k}_1 \tag{3.7}$$

식(3.7)를 식(2.4)와 식(2.6)의 지수항에 포함되어 있는 파수 $\bar{k}_1$대신 대입한 후 2장에서 기술한 절차에 따라서 q번째 굽힘파군에 의해 발생되는 PZT의 전기역학적 전하량을 유도할 수 있다.

$$\hat{\psi}_q^Q = -\frac{2ih_{31}}{B_{33}^S}\left(\frac{\hat{M}b_{\mathrm{pzt}}}{EI}\right)\frac{\bar{h}\bar{k}_1^2 - h_{\mathrm{b}}\bar{k}_Q^2}{\bar{k}_1(\bar{k}_1^2 + \bar{k}_2^2)}\sin(\bar{k}_1\eta)\{\cos(\bar{k}_1\eta)\sin\left(\bar{k}_1 L - \frac{e_L + e_R}{2}\right)$$
$$-2\sin(\bar{k}_1\eta)\cos\left(\bar{k}_1 a - \frac{e_L}{2}\right)\cos\left(\bar{k}_1 b - \frac{e_R}{2}\right)\}e^{-\chi(2q-1)\bar{k}_1 L - i\{(2q-1)\bar{k}_1 L(q-(a-\left(q-\frac{1}{2}\right)(e_L+e_R)\}} \tag{3.8}$$

식(3.8)는 식(2.13)에 $e^{\chi(2q-1)\bar{k}L}$항이 곱해진 형태로 q가 증가할수록 그 크기가 지수함수형태로 감소하는 것을 알 수 있다. 식(2.13)과 식(3.8)의 위상은 같기 때문에 식(2.15)에서 기술된 공진조건은 감쇠와 무관하게 식(3.8)에도 동일하게 적용된다. 따라서 식(2.15)를 식(3.8)에 대입하면 c번째 공진모드에서 q번째 굽힘파군에 의해 유도되는 전기역학적 전하량을 구할 수 있다.

$$\hat{\psi}_q^Q\Big|_{\bar{k}=\bar{k}_c} = (-1)^{\mathrm{c}}\frac{4ih_{31}}{B_{33}^S}\left(\frac{\hat{M}b_{\mathrm{pzt}}}{\tilde{E}I}\right)\frac{\bar{h}\bar{k}_c^2 - h_{\mathrm{b}}\bar{k}_Q^2}{\bar{k}_c(\bar{k}_c^2 + \bar{k}_{c2}^2)}\cos\left(\frac{\tilde{c}\pi a}{L} - \frac{e_L}{2}\right)\cos\left(\frac{\tilde{c}\pi b}{L} - \frac{e_R}{2}\right)\sin^2\left(\frac{\tilde{c}\pi\eta}{L}\right)e^{-\chi(2q-1)\tilde{c}\pi} \tag{3.9}$$

감쇠가 있는 보에 중첩되는 굽힘파군이 c번째 공진모드를 생성시키는 과정에서 유도되는 전기역학적 신호값을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\hat{\Psi}_n^Q\Big|_{\bar{k}=\bar{k}_c} = \sum_{q=1}^{n}(-1)^{\mathrm{c}}\frac{4ih_{31}}{B_{33}^S}\left(\frac{\hat{M}b_{\mathrm{pzt}}}{\tilde{E}I}\right)\frac{\bar{h}\bar{k}_c^2 - h_{\mathrm{b}}\bar{k}_Q^2}{\bar{k}_c\left(\bar{k}_c^2 + \bar{k}_{c2}^2\right)}\cos\left(\frac{\tilde{c}\pi a}{L} - \frac{e_L}{2}\right)\cos\left(\frac{\tilde{c}\pi b}{L} - \frac{e_R}{2}\right)\sin^2\left(\frac{\tilde{c}\pi\eta}{L}\right)e^{-\chi(2q-1)\tilde{c}\pi} \tag{3.10}$$

## 3.2 보의 감쇠 추정 기법

감쇠가 있는 보에서 c번째 공진모드가 생성되는 과정에서 유도되는 전기역학적 신호를 이용하여 보의 감쇠를 구하기 위해 다음과 같이 감쇠비 함수 $f_{n,c}$를 정의한다.

$$f_{n,c} = \ln(1 - \frac{\Psi_n^Q}{\Psi_\infty^Q}\Big|_{\bar{k}=\bar{k}_c}) \tag{3.11}$$

여기서 $\Psi_n^Q$과 $\Psi_\infty^Q$는 식(3.10)를 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\widehat{\Psi}_n^Q\Big|_{\bar{k}=\bar{k}_c} = (-1)^c \frac{4ih_{31}}{B_{33}^S}\left(\frac{\widehat{M}b_{\mathrm{pzt}}}{\widetilde{E}I}\right)\frac{\bar{h}\bar{k}_c^2 - h_{\mathrm{b}}\bar{k}_Q^2}{\bar{k}_c\left(\bar{k}_c^2 + \bar{k}_{c2}^2\right)}\cos\left(\frac{\tilde{c}\pi a}{L} - \frac{e_L}{2}\right)\cos\left(\frac{\tilde{c}\pi b}{L} - \frac{e_R}{2}\right)\sin^2\left(\frac{\tilde{c}\pi\eta}{L}\right)\frac{e^{-\chi\tilde{c}\pi}\{1 - e^{-2n\chi\tilde{c}\pi}\}}{1 - e^{-2\chi\tilde{c}\pi}} \tag{3.12a}$$

$$\widehat{\Psi}_\infty^Q\Big|_{\bar{k}=\bar{k}_c} = (-1)^c \frac{4ih_{31}}{B_{33}^S}\left(\frac{\widehat{M}b_{\mathrm{pzt}}}{\widetilde{E}I}\right)\frac{\bar{h}\bar{k}_c^2 - h_{\mathrm{b}}\bar{k}_Q^2}{\bar{k}_c\left(\bar{k}_c^2 + \bar{k}_{c2}^2\right)}\cos\left(\frac{\tilde{c}\pi a}{L} - \frac{e_L}{2}\right)\cos\left(\frac{\tilde{c}\pi b}{L} - \frac{e_R}{2}\right)\sin^2\left(\frac{\tilde{c}\pi\eta}{L}\right)\frac{e^{-\chi\tilde{c}\pi}}{1 - e^{-2\chi\tilde{c}\pi}} \tag{3.12b}$$

식(3.12a)와 식(3.12b)를 식(3.11)에 대입하면 $\Psi_n^Q$와 $\Psi_\infty^Q$에 존재하는 공통항이 나눠져 없어지기 때문에 감쇠비 함수를 다음과 같이 나타냈다.

$$f_{n,c} = -2n\chi\tilde{c}\pi \tag{3.13}$$

식(3.6)에서 보의 재료감쇠비 $\zeta$와 식(3.13)의 $\chi$의 관계가 주어져 있으므로 $\chi$를 알면 $\zeta$를 구할 수 있다. c번째 공진모드 생성과정에서 측정된 전기역학적 신호를 식(3.11)에 대입하면 측정 감쇠비 함수$\overline{f}_{n,c}$를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{f}_{n,c} = \ln(1 - \frac{\bar{\Psi}_n^Q}{\bar{\Psi}_\infty^Q}\Big|_{\bar{k}=\bar{k}_c}) \tag{3.14}$$

여기서 $\bar{\Psi}_n^Q|_{\bar{k}=\bar{k}_c}$는 첫 번째부터 n번째 굽힘파군까지 중첩되면서 c번째 공진모드가 점진적으로 만들어질 때, c번째 공진모드에 대응되는 피크주파수에서 측정된 전기역학적 신호를 나타낸다. 실제상황에서 측정되는 전기역학적 신호는 시간영역에서 수집되므로 n에 대응되는 신호까지 잘라내어 적절한 신호처리를 거친 후 고속 푸리에 변환을 통해 주파수 영역으로 변환시킨다. c번째 공진모드 생성과정에서 식(3.13)에서 계산된 감쇠비 함수 $f_{n,c}$와 식(3.14)의 측정 감쇠비 함수간의 차이를 최소화함으로써 보의 감쇠에 대응되는 $\chi$를 추정할 수 있다. $\chi$를 추정하기 위한 최소자승법에 사용되는 목적함수를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\min_{\chi} \Pi = \frac{1}{2}\sum_{n=n_0}^{n_1}(f_{n,c} - \bar{f}_{n,c})^2 \tag{3.15}$$

여기서 $n_0$와 $n_1$은 보의 감쇠 추정에 고려할 굽힘파군에 대응되는 파 경로의 시작과 끝나는 값을 나타낸다.

식(3.13)을 식(3.15)에 대입하고 $\chi$에 대해 식(3.15)를 최소화 시키는 조건을 구하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\mathrm{d}\Pi}{\mathrm{d}\chi} = \frac{1}{2}\sum_{n=n_0}^{n_1}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\chi}(2n\chi\tilde{c}\pi + \bar{f}_{n,c})^2 = 0 \tag{3.16}$$

식(3.16)으로부터 $\chi$를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\chi = -\frac{1}{\tilde{c}\pi}\sum_{n=n_0}^{n_1} n\bar{f}_{n,c} \Big/ \sum_{n=n_0}^{n_1} 2n^2 \tag{3.17}$$

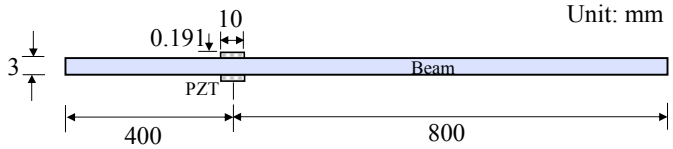
식(3.17)를 식(3.6)에 대입하면 c번째 공진모드에 대응되는 재료감쇠비 $\zeta$를 구할 수 있다.

# Ⅳ. 수치 및 실험 예제

## 4.1 수치예제

제안된 방법을 그림 (4.1)와 같이 PZT($L10 \cdot B10 \cdot H0.191mm$) 배치되어 있는 양단이 자유단인 알루미늄 보($L1200 \cdot B10 \cdot H3mm$)에 감쇠추정에 적용하였다. PZT의 중심은 왼쪽 자유단에서 400mm인 지점에 위치하였고 PZT와 보의 물성치는 표 4.1에 나타냈다. 추정하고자 하는 재료 감쇠값의 정해를 일반적인 알루미늄의 경우 0.1%임을 감안하여 각각 0.05, 0.1, 0.3% 로 가정하였다.

보의 공진에 대한 전기역학적 신호의 측정값은 제안된 보와 PZT 제원을 식(3.8)에 대입하여 나타내었다. 보의 감쇠를 추정하고자 하는 주파수 대역은 70에서 77kHz로 설정하였다. 이 대역에 존재하는 굽힘 모드들을 가진하기 위해서 그림 (4.2a)의 톤버스트 입력 가진 신호를 배치된 PZT에 가하였다. 그림(4.2b)는 그림(4.2a)의 톤버스트 입력 가진 신호에 대한 파워스펙트럼을 dB 스케일로 나타낸 것이며 감쇠를 추정하고자 하는 70-77kHz 대역에서 적절한 신호대 잡음비를 가지고 있다.

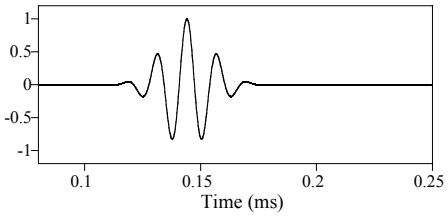



<그림 4.1> 양단이 자유단인 알루미늄 보

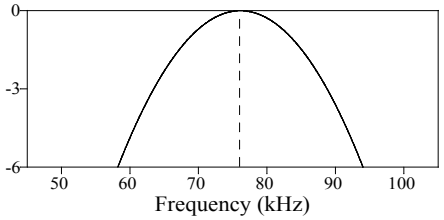
| 알루미늄 보 | | | |
|---|---|---|---|
| 탄성계수(GPa) | 변형률 | 밀도(kg/m) | 손실계수(%) |
| 70 | 0.33 | 2700 | 0.05, 0.1, 0.3 |

| PZT(PSI-5A4E of PIEZO SYSTEMS INC.) (Piezo 2016) | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 탄성계수(GPa) | 변형률 | 밀도(kg/m) | 비유전율 | 압전상수(m/V) |
| 66 | 0.35 | 7800 | 1800 | $-190 \cdot 10^{-12}$ |

<표 4.1> 보와 PZT의 물성치




<그림 4.2a> 76kHz 톤버스트 입력 가진 신호




<그림 4.2b> 그림4.2a의 파워 스펙트럼을 dB스케일로 도시

그림 (4.3a)은 재료감쇠가 0.1%이고 입력 전압신호의 피크 대 피크 (peak-to-peak) 값이 12V일 때 주파수 영역에서 식(3.8)에 의해 모사된 전기역학적 신호를 역 고속 푸리에 변환을 이용해서 시간영역에서 나타냈다. 역 고속 푸리에 변환에 사용된 주파수 영역의 이산화 된 전기역학적 신호는 총 500,000개이며, 주파수 분해능은 20Hz이고 나이퀴스트 (Nyquist) 주파수는 2.5MHz이다. 시간영역으로 변환한 전기역학적 신호는 시간증분 $0.2\mu s$이고 총시간은 50ms이다. 전기역학적 신호는 PZT의 커패시턴스(capacitance)인 7.1nF으로 기준화 하여 전압으로 나타낸다. 그림 (4.3a)에 표시된 n=1, 2, 4, 8, 16 은 각각의 파경로군 번호에 대응되는 시간 지점을 나타내고 있다. 이들 시간적 지점은 각각의 굽힘파군의 파 경로의 거리를 전달파의 군속도 (group velocity) 로 나눈 값에 입력 톤버스트 신호의 최대 피크값에 대응하는 시간을 더하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

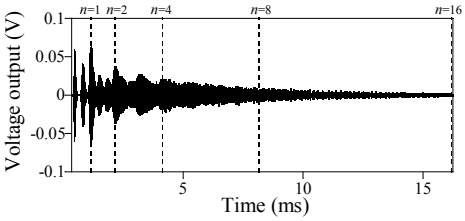
$$t_n = \frac{2nL}{v_g} + t_{TB} \tag{4.1}$$

여기서 L은 보의 길이를 나타내며 76kHz 톤버스트 입력신호의 주파수에 대응되는 굽힘파 군속도는 티모센코 보의 분산방정식에서 $v_g = 2337m/s$이고 입력 톤버스트 신호의 피크 시간 $t_{TB} = 0.1438ms$이다. 식(4.1)에 의해 계산된 $t_1, t_2, t_4, t_8, t_{16}$은 각각 1.148, 2.158, 4.160, 8.176, 16.204ms 이다.

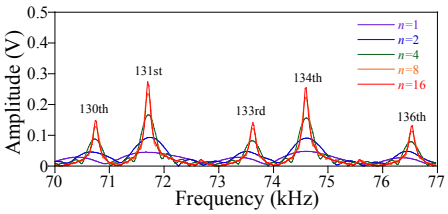
그림 (4.3a)에서 각각의 파경로군의 번호에 대응되는 시간지점까지의 전기역학적 신호를 잘라내었다. 주파수 분해능을 20Hz로 통일시키기 위해 잘라

낸 전기역학적 신호들을 50ms까지 제로패딩 (zero padding) 으로 나타내었다. 다음 단계로 이들 신호들에 고속 푸리에 변환을 적용하여 파워스펙트럼들을 계산하고 입력 톤버스트 신호의 파워스펙트럼으로 기준화하여 그림 (4.3b)에 도시하였다. 이렇게 도시된 그림 (4.3b)의 파워스펙트럼들을 설명의 편의를 위해 템포랄 스펙트럼 (temporal spectrum) 으로 명명한다.

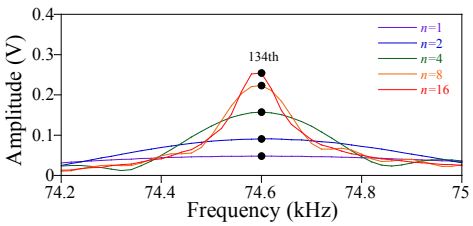
파경로군 번호가 증가함에 따라 70-77kHz 주파수 대역에서 점진적으로 5개의 피크들이 70.74, 71.7, 73.62, 74.6 그리고 76.54kHz로 수렴해 가는 것을 확인할 수 있다. 식(2.15)에서 계산한 보의 공진주파수와 비교한 결과 이들 5개의 피크값들은 각각 보의 130, 131, 133, 134 그리고 136차 굽힘모드에 대응되는 공진주파수임을 확인하였다. 132와 135차 굽힘모드의 경우 PZT가 해당모드의 노드 (node) 에 위치하여 전기역학적 신호로 거의 감지되지 않고 있다.



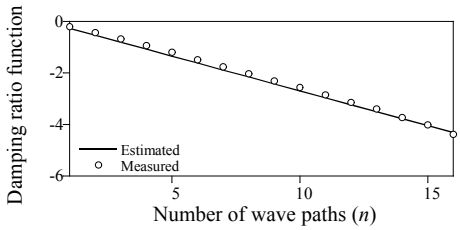

<그림 4.3a>재료 감쇠가 0.1%일 때 시간영역에 대한 전기역학적 신호




<그림 4.3b>그림4.3a의 70-77kHz 주파수 대역에서의 템포랄스펙트럼




<그림 4.3c>134차 모드인 74.6kHz 인근의 템포랄 스펙트럼

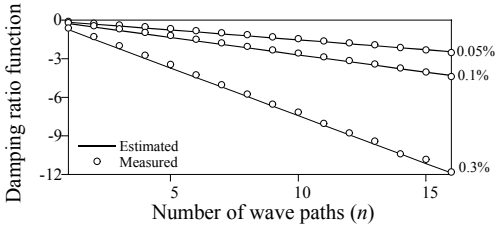



<그림 4.3d>계산된 감쇠비 함수와 측정 감쇠비 함수 비교

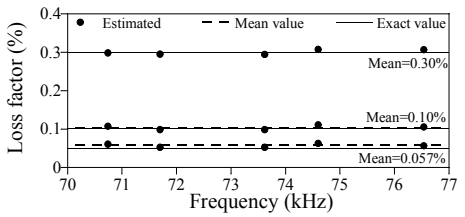
그림 (4.3c)은 134차 모드인 74.6kHz 인근의 템포랄 스펙트럼을 확대하여 도시하였다. 74.6kHz에 대응되는 템포랄 스펙트럼의 값들을 점으로 표시했

다. 이들 템포랄 스펙트럼의 값들이 식(3.14)의 $\overline{\Psi}_n^Q$에 대응된다.

74.6kHz에 대응되는 템포랄 스펙트럼의 값들을 이용하여 얻은 측정 감쇠비 함수값들을 식(3.17)에 대입하여 $\chi$를 구했다. 이 때, 식(3.17)에서$n_0 = 1$, $n_1 = 16$이고 식(3.14)에서 $\overline{\Psi}_\infty^Q = \overline{\Psi}_{32}^Q$를 적용하였다. 여기서 $n \geq 32$부터 감쇠에 의해 굽힘파군이 소멸되어 더 이상 템포랄 스펙트럼 값이 증가하지 않기 때문에 $\overline{\Psi}_\infty^Q$를 $\overline{\Psi}_{32}^Q$로 간주할 수 있다. 그림 (4.3d)는 추정된 $\chi$를 식(3.13)에 대입하여 계산한 감쇠비 함수와 측정 감쇠비 함수를 비교한 결과이다. 추정한 $\chi$로부터 계산된 감쇠비 함수와 측정 감쇠비 함수가 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.




<그림4.4a>0.05,0.1,0.3%에서 계산된 감쇠비 함수와 측정 감쇠비 함수 비교




<그림4.4b>그림4.4a의 감쇠비 함수와 감쇠비의 평균값 비교

그림 (4.4a)에서는 재료 감쇠비 0.05, 0.1, 0.3%의 경우들에 대해서 제안된 방법으로 추정된 로부터 계산된 감쇠비 함수와 측정 감쇠비 함수를 134차 모드에 대해 비교하였다. 세가지 경우에 모두 추정 감쇠비 함수와 측정 감쇠비 함수가 잘 일치함을 확인할 수 있다. 위와 마찬가지 방법으로 나머지 공진 모드들에 대해서 식(3.17)을 통해 $\chi$를 추정하고 식(3.6)를 통해 재료 감쇠비를 구한 결과를 그림 (4.4b)에 도시하고 각 모드별로 추정된 재료 감쇠비의 평균값을 표시하였다. 재료 감쇠비의 평균값은 정해로 주어진 0.05%, 0.1%, 0.3% 대비 14%, 4.4% 그리고 0.24%의 상대오차를 보여준다. 전반적으로 재료 감쇠비가 매우 작음에도 불구하고 제안된 방법이 고주파수 대역에서 보의 감쇠를 PZT에서 측정된 전기역학적 신호만을 이용하여 정확하게 추정할 수 있음을 확인하였다.

## 4.2 실험예제

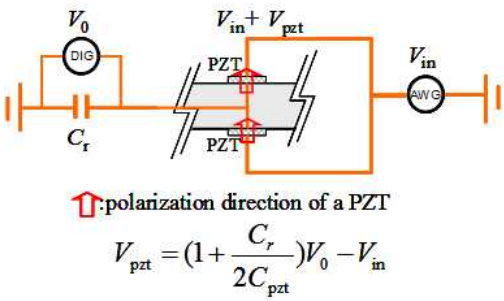
제안된 방법의 실효성을 검증하기 위한 개념 검증용 실험을 수행하였다. 실험에 사용된 알루미늄 보의 탄성계수와 밀도가 수치예제 모델과 비교하여 각각 $-1.4\%(69GPa)$와 $+1.9\%(2750kg/m^3)$의 차이가 있는 것만 제외하고 나머지 보와 PZT의 물성치와 제원은 수치예제에서 사용한 모델 그림 (4.5)과 동일하다 .

PZT에서 전기역학적 신호 ( $V_{pzt}$)를 전압으로 측정하기 위해 그림 (4.6)와 같이 자가 탐지 회로를 적용하였다 (An and Sohn 2012).

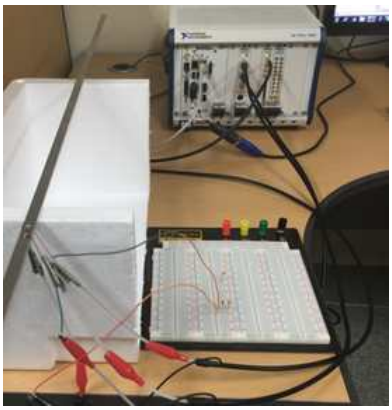
회로에서 $V_{\text{in}}, V_0, C_{pzt}$는 각각 입력전압 신호, 출력전압 신호, 부착 후의 PZT의 커패시턴스 그리고 기준 커패시턴스를 나타낸다. 실험에서 사용된 $C_{pzt}$와 $C_r$은 디지털 멀티미터로 측정한 결과 각각 4.7nF과 4.5nF였다.




<그림 4.5> 수치예제와 동일한 알루미늄 보 시편




<그림 4.6> 자가 탐지 회로



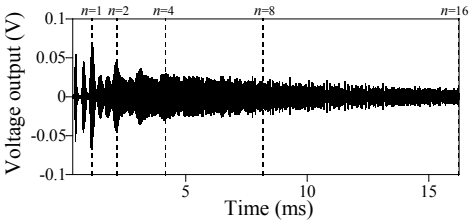
<그림 4.7> 임의신호 생성기와 고속 디지타이저를 겸비한 계측 장치

입력전압은 수치예제와 동일한 그림 (4.2a)의 톤버스트 입력신호를 사용하였고 입력전압의 피크 대 피크 크기는 12V이다. 보에 병치된 PZT에 입력신호 생성은 그림 (4.7)과 같이 16비트 임의신호 생성기(NI PXI-5422)를 사용하고 출력신호는 14비트 고속 디지타이저(NI PXIe-5122)를 사용하였다. 수치예제와 마찬가지로 샘플링 비는 5MHz이고 측정시간은 50ms로서 총 250,000개의 측정데이터를 수집하였다. 순차적으로 20회 반복 실험을 통해 수집된 출력전압을 평균값을 취하여 무작위 오차를 감소시켰다.

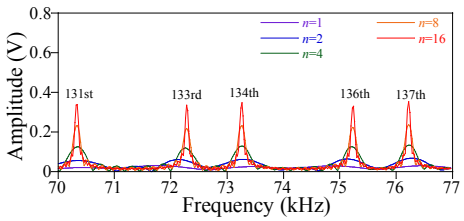
그림 (4.8a)은 자기탐지 회로를 통해 수집된 $V_{pzt}$를 신호처리 하여 시간영역에 대해 나타냈다. 입력전압의 가진 주파수 대역을 고려해 Hamming window를 이용한 대역 통과 FIR 필터를 통해 신호처리를 수행하였고, 대역통과 주파수는 50와 100kHz 사이로 설정하였다. 그림 (4.3a)와 마찬가지로 굽힘파군의 번호에 대응되는 시간 지점을 $n=1,2,4,8,16$으로 표시하였고 이들 지점에 대응되는 $t_n$은 그림 (4.3a)과 동일한 값을 사용하였다.

그림 (4.8b)는 그림 (4.8a)에서 n에 대응되는 전기역학적 신호의 템포랄 스펙트럼을 70-77kHz 주파수 대역에서 도시하였다. 각 n에 대응되는 템포랄 스펙트럼의 주파수 분해능은 수치예제와 마찬가지로 20Hz이다. n이 증가함에 따라 70-77kHz 주파수 대역에서 점진적으로 5개의 피크들이 70.34, 72.28, 73.26, 75.24 그리고 76.22kHz로 수렴해 가는 것을 확인할 수 있다. 이들 5개의 피크 주파수들을 식(2.15)에서 계산한 보의 공진주파수와 비교한 결과 131, 133, 134, 136 그리고 137차 굽힘모드에 대응됨을 확인하였다.

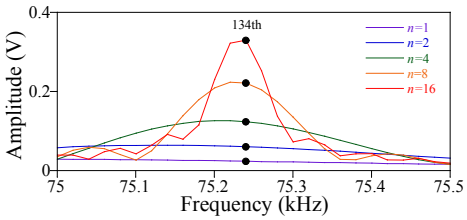
그림 (4.8c)은 136차 모드인 75.24kHz 인근의 템포랄 스펙트럼을 확대 도시하였고 75.24kHz에 대응되는 템포랄 스펙트럼의 값들을 점으로 표시하였다. 이들 템포랄 스펙트럼의 값들을 이용하여 식(3.17)로부터 추정된 $\chi$로 구한 감쇠비 함수와 측정 감쇠비 함수를 비교한 결과를 그림 (4.8d)에 나타냈다. 수치예제와 마찬가지로 식(3.17)에서 $n_0=1, n_1=16$이고 식(3.14)의 측정 감쇠비의 $\overline{\Psi}_{\infty}^{Q}=\overline{\Psi}_{32}^{Q}$를 적용하였다. 추정한 $\chi$로부터 계산된 감쇠비 함수와 측정 감쇠비 함수가 잘 일치함을 확인할 수 있다.



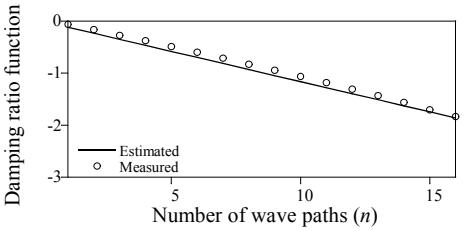

<그림4.8a>자가 탐지 회로를 이용한 시간영역에 대한 전기역학적 신호




<그림4.8b>그림4.8a의 70-77kHz 주파수 대역에서의 템포랄 스펙트럼




<그림4.8c>136차 모드인 75.24kHz 인근의 템포랄 스펙트럼




<그림 4.8d>계산된 감쇠비 함수와 측정 감쇠비 함수 비교

나머지 공진 모드들에 대해서 식(3.17)을 통해 $\chi$를 추정하고 식(3.6)를 통해 재료 감쇠비를 구한 결과를 그림 (4.9a)에 도시하였다.

실험예제의 경우 재료 감쇠비의 정해가 존재하지 않기 때문에 5개의 공진주파수에서 추정된 감쇠비의 평균을 계산하였고 그 값이 0.048%이다. 추정된 재료 감쇠비 값들이 평균값을 기준으로 큰 변동성 없이 안정적으로 분포하고 있다.

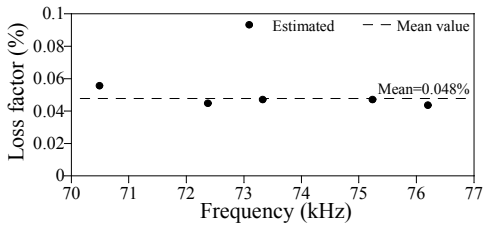
마지막으로 5개의 공진주파수에서 추정된 $\chi$의 평균값을 다음 식에 대입하여 보에 부착된 PZT의 탐지 역량을 나타내는 탐지포락곡선 (sensing envelope curve) 을 구하였다 (Park 2016).

$$\Xi = 2i\frac{E_{\mathrm{pzt}}}{EI\eta}\frac{d_{31}h_{31}b_{\mathrm{pzt}}h_{\mathrm{b}}h_{\mathrm{pzt}}}{\bar{k}_c\left(\bar{k}_c^2+\bar{k}_{c2}^2\right)}\left(\bar{h}\bar{k}_c^2-h_{\mathrm{b}}\bar{k}_Q^2\right)\sin^2\left(\frac{\tilde{c}\pi\eta}{L}\right)\frac{e^{-\chi\tilde{c}\pi}}{1-e^{-2\chi\tilde{c}\pi}} \tag{4.2}$$

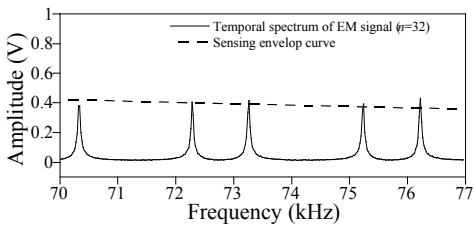
여기서 $E_{pzt}$와 $d_{31}$은 각각 PZT의 탄성계수와 압전상수를 나타낸다.

압전소자의 전기역학적 신호를 수집하여 주파수 영역에서 파워스펙트럼 형태로 나타내주는 임피던스 분석기와 같은 신호수집장치의 경우 통상적으로 단위 입력전압 대비 1/100정도인 0.01V를 탐지 가능 전압으로 간주 한다 (Hu and Yang 2007). 만약 탐지포락곡선이 탐지 가능 전압보다 크다면 전기역학적 신호를 이용해서 보의 이상 유무 감지가 가능함을 의미하다.

압전소자의 탐지 역량을 지배하는 가장 큰 요인은 바로 보의 감쇠 특성이다. 추정된 감쇠 특성이 직접 반영되는 탐지포락곡선과 실험에서 얻은 전기역학적 신호의 파워스펙트럼을 비교해 보면 실험을 통해 추정된 보의 감쇠 특성의 신뢰성을 확인할 수 있다. 그림 (4.9b)는 식(4.2)에서 계산된 탐지포락곡선과 전기역학적 신호의 파워스펙트럼을 비교하였다. 계산된 탐지포락곡선이 각 모드 주파수의 피크값들의 크기와 매우 잘 일치함을 확인할 수 있다.




<그림 4.9a>그림4.8d의 감쇠비 함수와 감쇠비의 평균값 비교



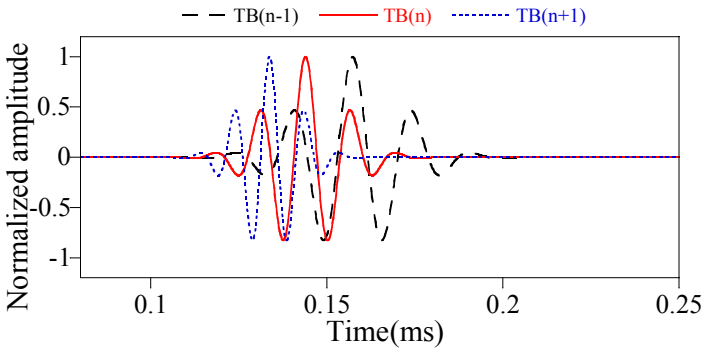

<그림 4.9b>탐지포락곡선과 전기역학적 신호의 파워스펙트럼 비교

# Ⅴ. 오버랩핑(Overlapping)기법 설명 및 실험 예제

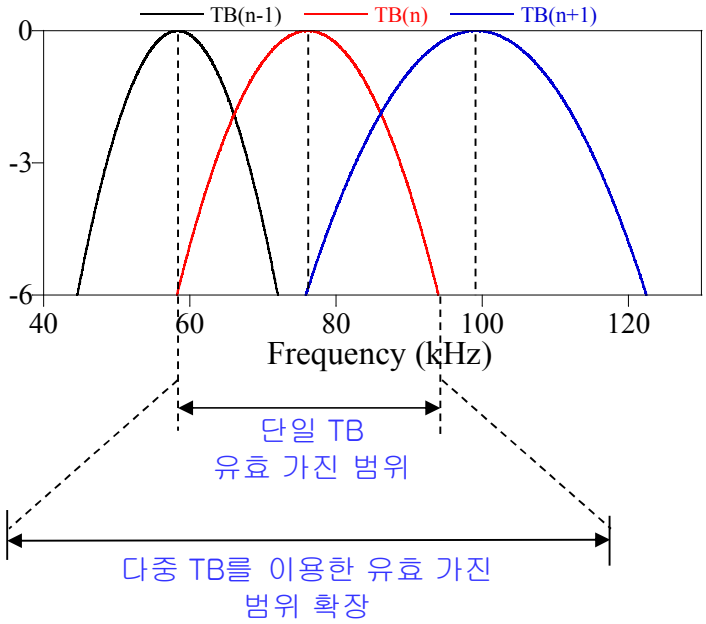
## 5.1 오버랩핑 기법의 DAQ 개요

앞 절에서 수치예제와 실험검증을 통해 제안된 감쇠추정 기법이 전기역학적 신호를 이용하여 고주파수 대역에서 보의 감쇠를 정확하게 추정함으로써 보에 부착된 압전소자의 탐지역량을 정확하게 예측할 수 있음을 확인하였다. 다양한 실험검증을 위해 유효 가진 폭을 넓히기 위한 방법으로 오버랩핑(Overlapping)기법을 소개하려 한다.

앞에서 증명한 것들은 단일 톤버스트 신호(76kHz)에 대해서만 검증하였다. 단일 톤버스트 신호를 이용한 감쇠 추정은 주파수 대역이 좁은 영역에 국한된다. 추정하고자 하는 주파수 대역을 확장하기 위해 다중 톤버스트 신호를 적용하는 기법을 제시한다.



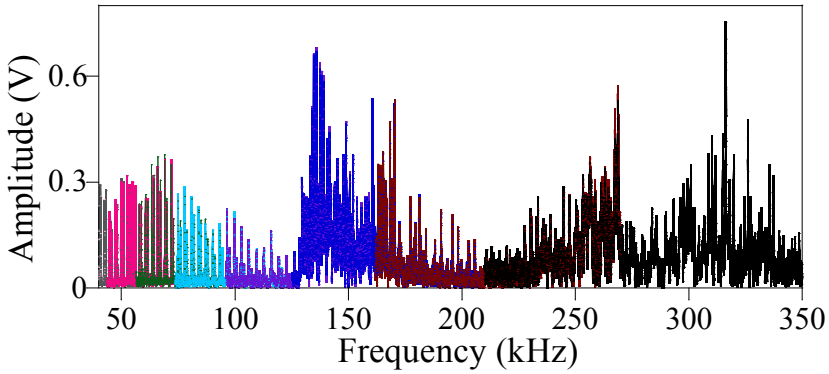

<그림 5.1a>단일 톤버스트 입력 가진 신호들 중첩



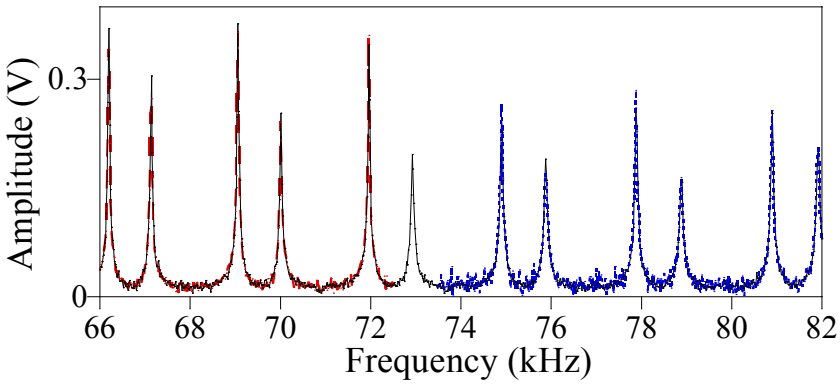

<그림 5.1b>그림5.1a의 파워스펙트럼을 dB스케일로 표현

그림 (5.1a)은 단일 톤버스트 입력 가진 신호들을 겹쳐 놓은 것이다. 그림 (5.1b)는 그림 (5.1a)의 톤버스트 입력 가진 신호에 대한 파워 스펙트럼을 dB 스케일로 나타낸 것을 겹쳐 놓은 것이다. 여기서 가진 범위를 확장시키기 위해 오버랩핑(Overlapping)기법을 적용한다.

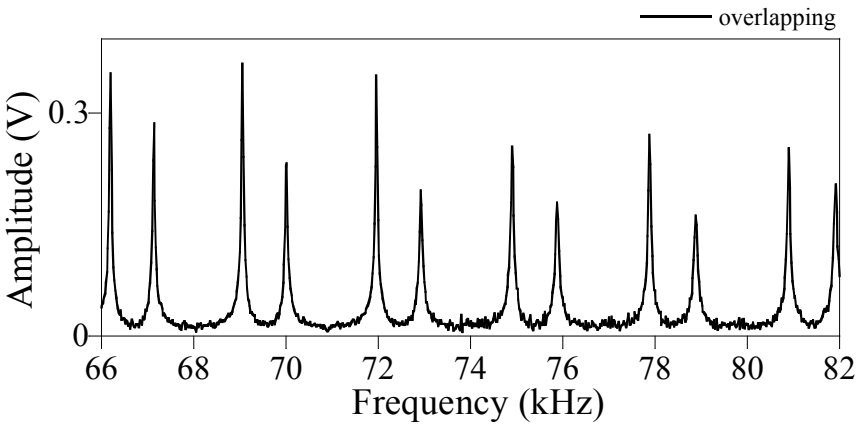
먼저 오버랩핑(Overlapping)을 적용할 영역에 대해 주파수 범위를 지정한다. 다음, 앞 절에서 실험예제와 동일하게 단일 톤 버스트 입력 가진 신호에 대해서 데이터를 각각 수집한다(그림 (5.2a)). 지정한 주파수 범위만큼 편집하여 중첩된 부분들을 도출한다(그림 (5.2b)). 마지막으로 중첩된 부분들의 평균값을 적용 후 하나의 EM 신호로 나타낸 다음 템포랄 스펙트럼을 적용한다(그림 (5.2c)).




<그림 5.2a>톤버스트 입력 가진 신호들을 이용한 전기역학적 신호 중첩




<그림 5.2b>지정한 주파수 범위에서의 중첩된 모습




<그림 5.2c>중첩된 부분을 평균값 적용 후 하나의 전기역학적 신호로 표현

오버랩핑(Overlapping)의 알고리즘으로는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

◆ **Step 1**

■ Voltage() / sampling rate() / recording time() / averaging for output voltage signals() / TB input Signal(ex.58,75,98 … kHz)

◆ **Step 2**

■ V_in(amplitude of peak input voltage)
■ N=T(recording time)*sampling rate( )
■ df=(1/T)/1000 - in kHz
■ freq=(0:df:N/2*df)
■ c_freq=(ex 58,75,98 ...)
■ TB_n=TB 의 개수
■ for i=1:TB_n

```
fft_input_TB(:,i)=V_in*fft(input_TB(c_freq(i)(:,1)))
fft_out_TB(:,i)=fft(output_TB(c_freq(i)(:,1)))
frf_TB(:,i)=fft_out_TB(:,i)./fft_input_TB(:,i)
```

end

◆ **Step 3**

■ for i=n_TB

```
freq_int(i,1)=fix(c_freq(i)*(1-ratio)/df)   -% frequency range
freq_int(i,2)=fix(c_freq(i)*(1+ratio)/df)
```

end

■ frf_TB_AVE=zeros(N,1)
■ for i=n_TB

```
n1=freq_int(i,1)
n2=freq_int(i,2)
frf_TB_AVE(n1:n2)=frf_TB_AVE(n1:n2)+frf_TB(n1:n2,i)
```

end

◆ **Step 4**

■ for i=n_TB-1

```
n1=freq_int(i,2)
n2=freq_int(i+1,1)
frf_TB_AVE(n1:n2)=(frf_TB(n1:n2,i)+frf(n1:n2,i+1))/2
```

end

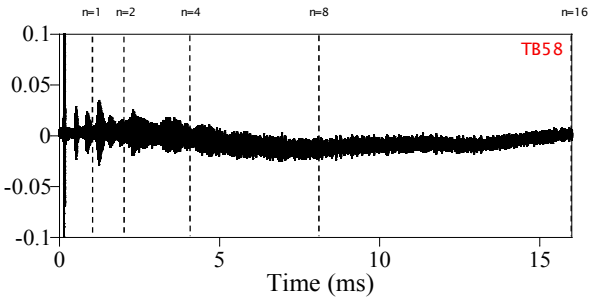
◆ **Step 5 – temporal-spectrum method**

먼저 4 절에서 수치예제와 실험예제에 적용했던 설정값(전압, 측정시간, 몇회 반복, 샘플링비, input TB Signal)을 정한다. 다음, input 신호를 가하여 출력된 EM 신호를 고속 푸리에 변환시킨다. 고속 푸리에 변환시킨 데이터 값들을 하나의 EM 신호로 만들기 위해 하나의 열에 차례대로 중첩시켜 더해준다. 중첩된 EM 신호부분을 평균값을 내어 적용하여 템포랄 스펙트럼 방법으로 감쇠비를 추정한다.

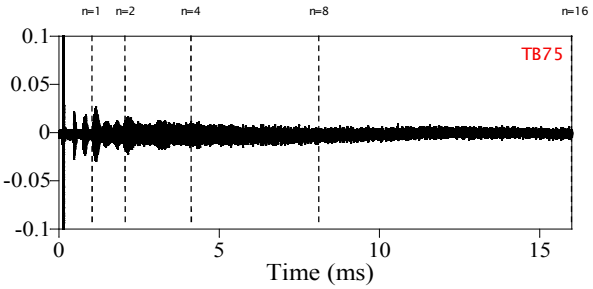
## 5.2 실험예제

수치예제에서 사용한 모델과 동일한 것으로 실험검증을 하였다(그림 (4.5)). 입력전압은 58kHz, 75kHz, 98kHz 톤버스트 입력신호를 사용하였고 입력전압의 피크 대 피크 크기는 12V이다. 보에 병치된 PZT에 입력신호 생성은 4절에서 설명한 그림 (4.7)을 사용하였다. 수치예제와 마찬가지로 샘플링비는 5MHz이며, 측정시간은 50ms로 총 250,000개의 출력데이터를 수집하였다. 순차적으로 20회 반복 실험을 통해 수집된 출력전압을 평균값을 취하여 무작위 오차를 감소시켰다.

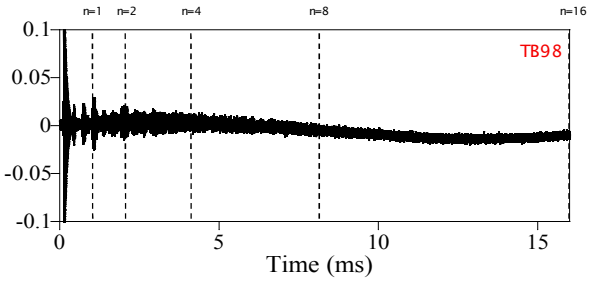
그림 (5.3a), (5.3b), (5.3c)은 각각 58kHz, 75kHz, 98kHz에 대한 톤버스트 입력신호를 사용하여 출력된 시간영역에 대한 EM 신호들이다. 굽힘파군의 번호에 대응하는 시간지점을 n=1,2,4,8,16으로 표시하였다.




<그림 5.3a>58kHz 톤버스트 입력 가진 신호를 사용한 시간영역의 전기역학적 신호

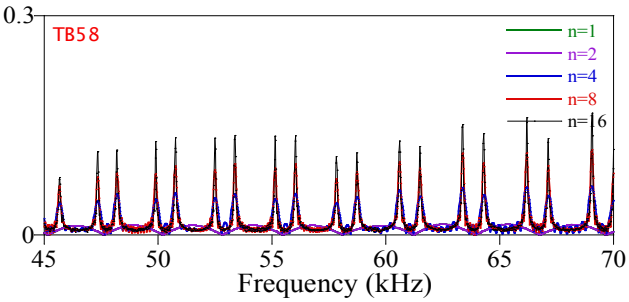



<그림 5.3b>75kHz 톤버스트 입력 가진 신호를 사용한 시간영역의 전기역학적 신호

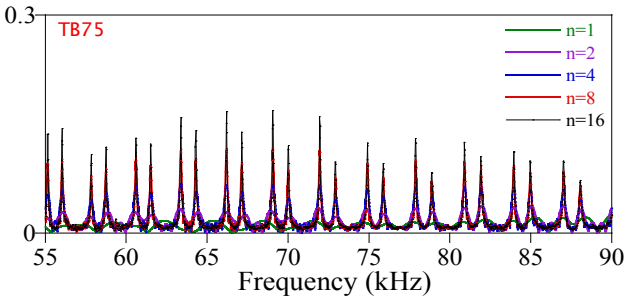



<그림 5.3c>98kHz 톤버스트 입력 가진 신호를 사용한
시간영역의 전기역학적 신호

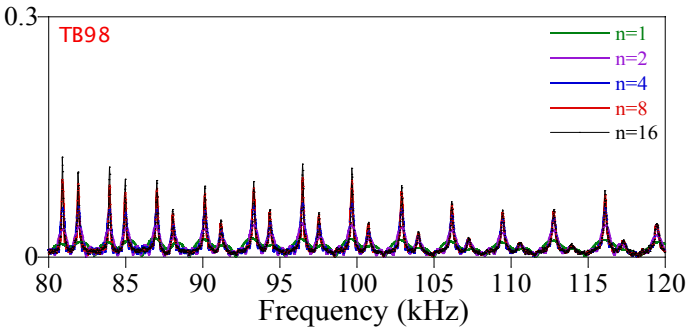
그림 (5.4a), (5.4b), (5.4c)은 각각 58kHz, 75kHz, 98kHz에 대한 그림 14의 n에 대응되는 전기역학적 신호의 템포랄 스펙트럼을 각 주파수 대역에서 도시하였다. 각 n에 대응하는 주파수 분해능은 수치예제와 마찬가지로 20Hz이다. n이 증가함에 따라 피크들이 공진주파수에 수렴하는 것을 확인할 수 있다.




<그림 5.4a>그림5.3a에 대한 템포랄 스펙트럼

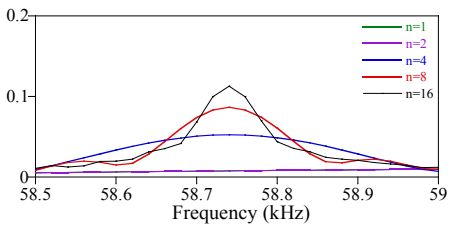



<그림 5.4b>그림5.3b에 대한 템포랄 스펙트럼

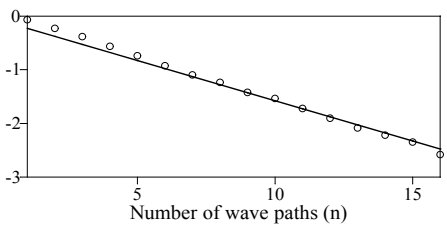



<그림 5.4c>그림5.3c에 대한 템포랄 스펙트럼

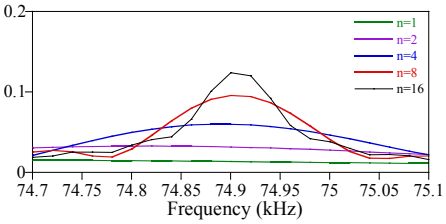
그림 (5.5a)은 118차 모드인 58.74kHz, 그림 (5.5b)는 135차 모드인 74.9kHz, 그림 (5.5c)은 160차 모드인 99.68kHz 인근의 템포랄 스펙트럼을 확대 도시하였고, 각 모드에 대응되는 템포랄 스펙트럼의 값들을 점으로 표시하였다. 이들 템포랄 스펙트럼의 값들을 사용하여 식(3.17)로부터 추정된 $\chi$로 구한 감쇠비 함수와 측정 감쇠비 함수를 비교한 결과를 각각 그림 (5.6a), (5.6b), (5.6c)에 나타냈다. 추정된 $\chi$로부터 계산된 감쇠비 함수와 측정 감쇠비 함수가 잘 일치함을 확인할 수 있다.



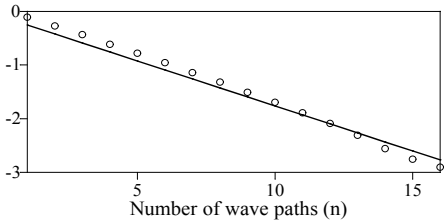

<그림 5.5a>118차 모드인 58.74kHz 인근의 템포랄 스펙트럼



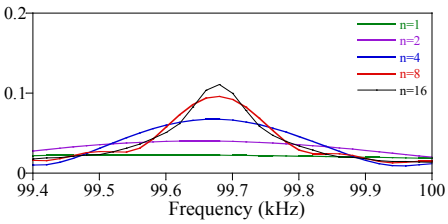

<그림 5.6a>그림5.4a에 대한 계산된 감쇠비 함수와 측정 감쇠비 함수 비교



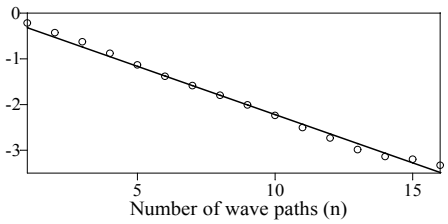

<그림 5.5b>135차 모드인 74.9kHz 인근의 템포랄 스펙트럼




<그림 5.6b>그림5.4b에 대한 계산된 감쇠비 함수와 측정 감쇠비 함수 비교



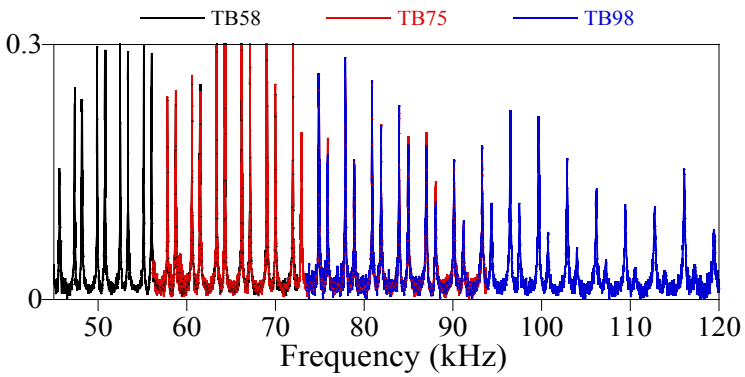

<그림 5.5c>160차 모드인 99.68kHz 인근의 템포랄 스펙트럼



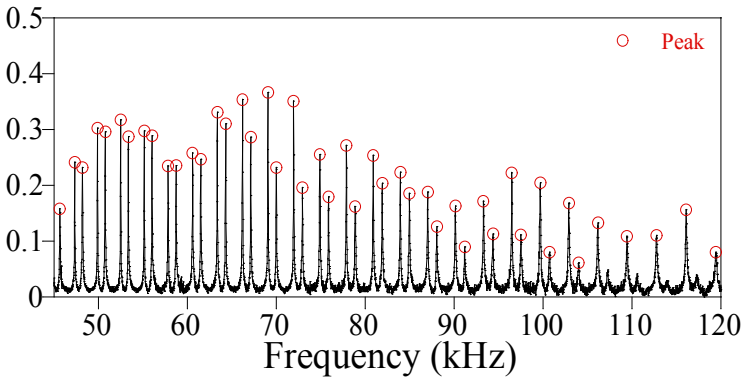

<그림 5.6c>그림5.4c에 대한 계산된 감쇠비 함수와 측정 감쇠비 함수 비교

그림 (5.7a)은 앞의 58kHz, 75kHz, 98kHz의 톤버스트 입력신호를 사용하여 출력된 EM 신호들을 고속 푸리에 변환하여 오버랩핑(Overlapping)한 것을 45-120kHz 주파수 대역에서 도시하였다. 다음 중첩되는 EM 신호들을 평균값을 내어 하나의 EM 신호로 만들어 각 피크점들을 표시하였다(그림 5.7b). 그림 (5.8)는 오버랩핑한 단일 EM 신호값들을 4절에서 설명한 템포랄 스펙트럼의 방법으로 구한 감쇠비 함수가 잘 일치함을 나타낸다.

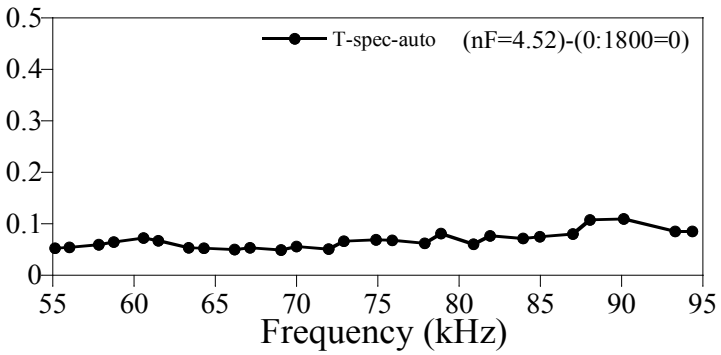
마지막으로 감쇠비 추정 방법으로 Half-band-width method 가 있는데 이론적으로는 아직 검증이 되지 않았다. 이 방법을 사용하여 실험적 검증을 먼저 해보았는데 템포랄 스펙트럼 방법으로 구한것과 크게 오차가 없는것으로 나타났다(그림 5.9). 따라서 Half-band-width method 도 감쇠비를 추정하는데 있어 적용 가능함을 확인하였다.



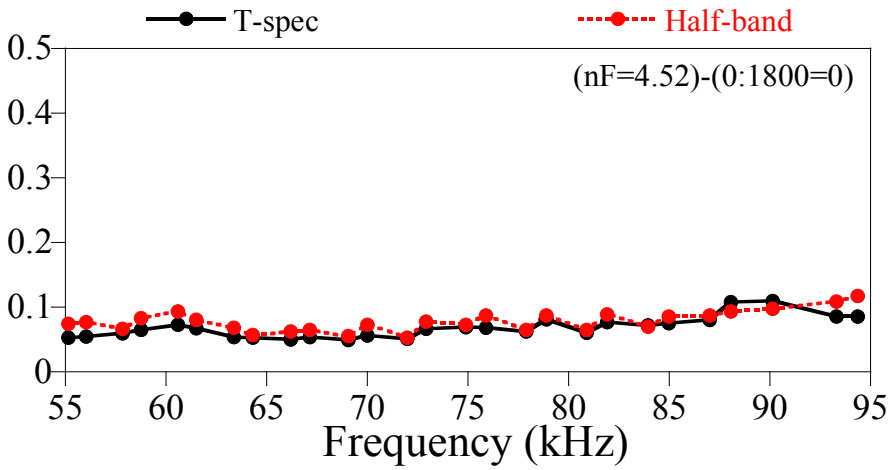

<그림 5.7a>그림5.3(a,b,c)를 사용하여 출력된 전기역학적 신호를 지정한 주파수 범위에서 중첩시킨 모습




<그림 5.7b>그림5.7a를 오버랩핑한 모습과 피크점 표시




<그림 5.8>그림5.7b를 템포랄 스펙트럼 방법으로 계산하여 추정한 감쇠비 함수




<그림 5.9>그림5.8과 Half-band-width method를 사용한 감쇠비 함수 비교

# Ⅵ. 결 론

이 연구에서는 보에 부착된 압전소자의 전기역학적(EM)신호를 이용하여 고주파수 대역의 감쇠 추정 기법을 제시하여 실험적 검증을 하였다. 실제 계측된 전기역학적 신호로 구한 측정 감쇠비 함수값과 정식화된 전기역학적 신호로부터 계산된 감쇠비 함수값을 최소화하는 최소자승법을 통해 보의 감쇠비를 추정하는 방법을 제시하였다.

압전소자가 병치된 알루미늄 보 예제를 통해 제안된 방법을 검증하였다. 수치예제에서 관심 고주파수 대역(70-77kHz)의 보의 감쇠비가 매우 작음에도 불구하고 제안된 방법으로 전기역학적 신호만을 이용하여 고주파수 대역의 감쇠를 추정하였다.

수치검증 실험예제에서 제안된 감쇠 추정 기법의 타당성을 검증하였다. 수치예제 모델과 동일한 구성요소로 실험을 수행 했으며, 임의신호생성기(NI PXI-5422)와 고속 디지타이저(NI PXI-5122)가 내장된 장비와 자가 탐지 회로를 이용하여 압전소자의 전기역학적 신호를 측정하였다. 오차를 저감시키기 위해 20번의 반복 수행하였고, 추정된 값들을 이용하여 계산된 탐지포락곡선을 실험에서 얻은 전기역학적 신호의 템포랄 스펙트럼과 비교하였다. 탐지포락곡선은 템포랄 스펙트럼에 나타난 각 공진주파수의 피크값들과 잘 일치함을 확인하였다.

단일 톤버스트 입력 가진 신호를 이용한 감쇠 추정은 주파수 대역이 좁은 영역에 국한되기 때문에, 추정하고자 하는 주파수 대역을 확장하기 위해 다중 톤버스트 입력 가진 신호를 이용한 오버랩핑(Overlapping)기법을 제시하였다. 실험예제는 수치검증 실험예제와 동일한 구성으로 실험하였다. 다중 톤버스트 입력 가진 신호를 사용할 경우 중첩되는 부분들에 기법을 적용하여 단일 전기역학적 신호로 나타내었다. 오버랩핑을 사용하여 추정한 감쇠비 함수가 잘 일치함을 확인하였고 기법의 타당성을 검증하였다.

Half-band width method가 이론적으로 아직 검증 되지 않았지만 실험을 통하여 Half-band width method와 제안된 방법을 비교한 결과 감쇠 추정에 Half-band width method 가 적용 가능함을 확인하였다.

# 참 고 문 헌


1) Raghavan, A. and Cesnik, C.E.S. (2007). “Review of guided-wave structural health monitoring.” The Shock and Vibration Digest Vol. 39, pp.91-114.

2) Park, G., Sohn, H., Farrar, C.R. and Inman, D.J. (2003). “Overview of piezoelectric impedance-based health monitoring and path forward.” The Shock and Vibration Digest Vol. 35, pp. 451-463.

3) Alleyne, D. and Cawley, P. (1992). The interaction of Lamb waves with defects. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control Vol. 39, pp.381 - 397.

4) Rose, J.L. (1999). Ultrasonic Waves in Solid Media. Cambridge University Press, New York, NY.

5) Annamdas, V.G.M. and Soh, C.K. (2010). “Application of electromechanical impedance technique for engineering structures: review and future issues.” Journal of Intelligent Material Systems and Structures Vol.21, No.1, pp.41 - 59.

6) Chopra, A. K. (2001). Dynamics of structures 2nd edition. PrenticeHall, UpperSaddleRiver, NJ.

7) Lim, Y.Y. and Soh, C.K. (2014). “Towards more accurate numerical modeling of impedance based high frequency harmonic vibration.” Smart Materials and Structures Vol.23, No.3, pp.035017

8) Park, H.W. (2016). “Evolution of electromechanical admittance of piezoelectric transducers on a Timoshenko beam from wave propagation perspective.” Journal of Intelligent Material Systems and Structures, in press.

9) Crawley, E.F. and De Luis, J. (1987). “Use of piezoelectric actuators as elements of intelligent structures.” AIAA Journal Vol.25, pp.1373 – 1385.

10) Park, H.W. (2014). “Understanding the electromechanical admittance of piezoelectric transducers collocated on a finite beam from the perspective of wave propagation.” Journal of Intelligent Material Systems and Structures Vol.25, No.17, pp.2122 – 2140.

11) Fung, Y.C. (1965). Foundation of solid mechanics. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.

12) Graff, K.F. (1991). Wave motion in elastic solids. Dover Publications, New York, NY.

13) Ikeda, T. (1990). Fundamentals of Piezoelectricity. Oxford University Press, New York, NY.

14) Park, H.W., Lim, K.L., Kim, E.J. and Sohn, H. (2010). “Spectral element formulation for dynamic analysis of a coupled piezoelectric wafer and beam system.” Computers & Structures Vol.88, No. 9 – 10, pp.567 – 580.

15) Mei, C. and Mace, B.R. (2005). “Wave reflection and transmission in Timoshenko beams and wave analysis of Timoshenko beam structures.” Journal of Vibration and Acoustics Vol.127, pp.382-394.

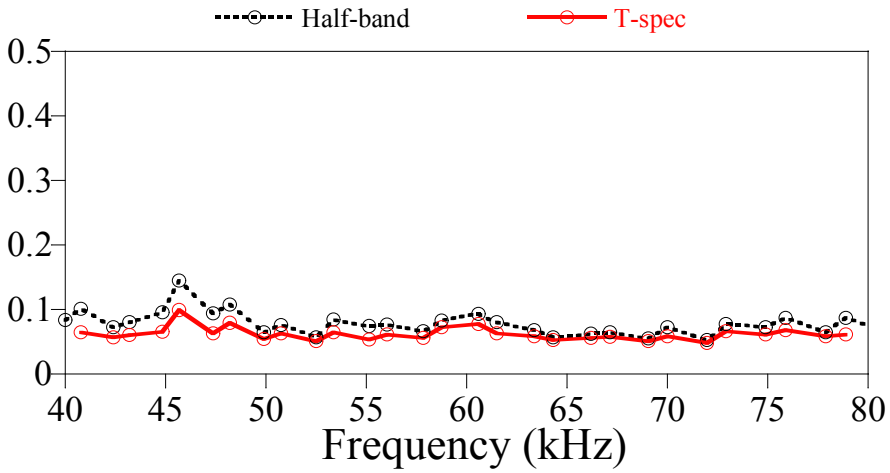
16) Fahy, F. J., & Gardonio, P. (2007). Sound and structural vibration: radiation, transmission and response. Academic press.

17) An, Y.K. and Sohn, H. (2012). “Integrated impedance and guided wave based damage detection.” Mechanical Systems and Signal Processing Vol.28, pp.50 - 62.

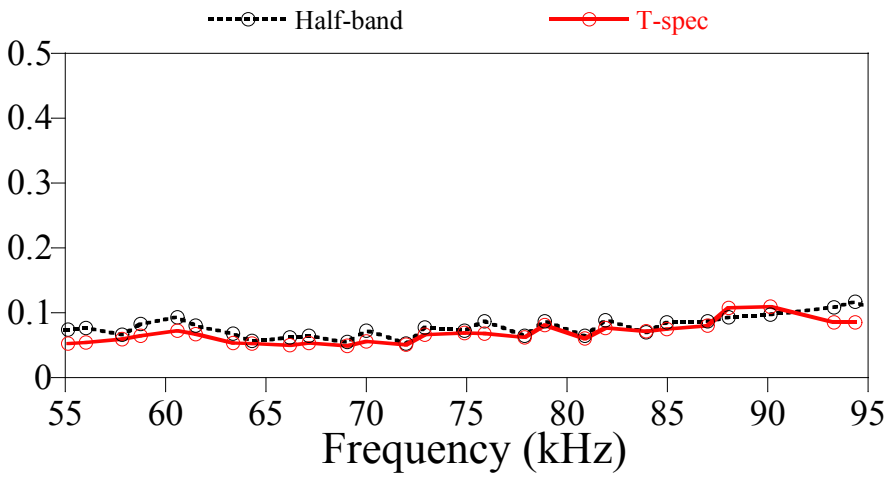
18) Piezo Systems, Inc. (2016). PSI-5A4E piezoelectric sheets and their properties. Available at: http://www.piezo.com/prodsheet1sq5A.
html (accessed 25 November 2016).

19) Hu, Y. and Yang, Y. (2007). “Wave propagation modeling of the PZT sensing region for structural health monitoring.” Smart Materials and Structures Vo.16, No. 3, pp.706-716.

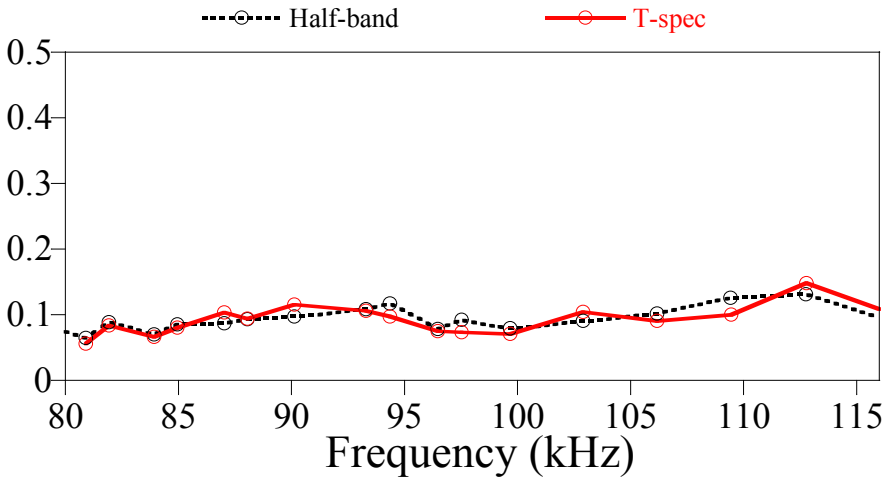
# 부 록




58kHz 톤버스트 입력 가진 신호를 이용하여 템포랄 스펙트럼으로 구한 감쇠비 함수와 Half-band-width method로 구한 감쇠비 함수 비교




75kHz 톤버스트 입력 가진 신호를 이용하여 템포랄 스펙트럼으로 구한 감쇠비 함수와 Half-band-width method로 구한 감쇠비 함수 비교




98kHz 톤버스트 입력 가진 신호를 이용하여 템포랄 스펙트럼으로 구한 감쇠비 함수와 Half-band-width method로 구한 감쇠비 함수 비교

## Abstract

# Estimating the damping property of a beam through electro-mechanical signatures of surface-bonded piezoelectric transducers

*by*

*SHIN YONG JAE*

*Dept. of Civil Engineering*
*Graduate School, Donga-A University*
*Busan, Korea*

This paper has proposed a scheme for estimating high-frequency damping of a beam through electro-mechanical signatures of piezoelectric transducers mounted on the beam. Considering damping effect while resonance of a beam evolves, wave perspective is adopted to formulate the electro-mechanical signatures of piezoelectric transducers. The damping of a beam is estimated through the least squares method minimizing the difference between the calculated and the measured damping ratio function values which are obtained from formulated and measured electro-mechanical signatures, respectively. The validity of the proposed scheme has been demonstrated through numerical and

experimental examples using an aluminum beam with collocated piezoelectric transducers. In order to extend the frequency band to be estimated, an overlapping technique is presented using multiple tone burst inputs and its validity is shown through experimental examples.